

Appendice 5

Struttura della Soluzione della Prima Equazione Fondamentale

Introduzione

In questa Appendice vengono riportate alcune considerazioni di Approfondimento circa la Soluzione Esplicita della Prima Equazione Fondamentale del Principio di Massima Ordinalità, rispetto a quanto “sinteticamente” esposto al cap. 2.

1. Il Primo Aspetto particolarmente importante da sottolineare è che occorre ben “distinguere” il Significato “Generativo” di una equazione del tipo

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} \quad (1)$$

ovvero anche nella Forma più generale

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} \quad (1.1)$$

dalla Formulazione della Prima Equazione Fondamentale, generalmente scritta come segue

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = \{\tilde{0}\} \quad (2)$$

ovvero anche, ancor più esplicitamente, come

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = \{\tilde{0}\} \quad (2.1).$$

Le formulazioni (1) e (1.1), infatti, descrivono il *Processo Generativo* di un Sistema (“Auto-Organizzante”) semplicemente *in sé considerato*. Cioè come “se” fosse “isolato”. Senza alcuna Relazione con l’*Habitat* circostante

In tal caso le (1) e (1.1) daranno origine, rispettivamente, ad espressioni del tipo

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} \circ \{\overset{\circ}{\tilde{\alpha}}_{ij}(t)\}^{\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \quad (3)$$

ovvero

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} \circ \{\overset{\circ}{\tilde{\alpha}}_{ij}(t)\}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \quad (3.1)$$

in cui:

- lo Spazio Proprio $e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}}$ è supposto noto

- e le $\overset{\circ}{\tilde{\alpha}}_{ij}(t)$ sono tutte “uguali” fra loro, perché rappresentano Relazioni Ordinali strutturate in forma di N -arie ed N -etti

- inoltre, proprio per la loro *ulteriore* Struttura Ordinale $\{\overset{\circ}{\tilde{\alpha}}_{ij}(t)\}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}}$ (v. Eq. (3.1)), cioè nella forma Binaria-Duetto, esse sono anche caratterizzate dalle tipiche proprietà di “Specularità” (ovvero, di “Invertibilità”) che sono proprie di questa tipologia di Relazioni Ordinali.

Prima di procedere oltre, però, è opportuno richiamare alcune considerazioni sulla “simbologia” adottata (anche in precedenti lavori) per rappresentare le “diverse forme” di “prodotto”.

2. Nelle Relazioni (3) e (3.1) compare il simbolo “o” come simbolo di “prodotto”.

Tale notazione è stata introdotta per sottolineare esplicitamente che il prodotto considerato non è un prodotto “scalare” (come nel calcolo tradizionale), ma è un *Prodotto fra Relazioni Ordinali*.

E' questo un Prodotto che, in generale, dà origine ad una “composizione” di Ordinalità, ma non dà origine a delle Sovra-Ordinalità. Queste, infatti, sono riservate ai soli Processi Generativi (propriamente intesi come tali), rappresentati da Derivate “Incipienti” caratterizzate da una specifica Ordinalità. A chiarimento di quanto sopra, riportiamo alcuni semplici esempi:

a) Il Prodotto
$$\{\tilde{\alpha}\}^{\{2\}} \circ \{\tilde{\alpha}\}^{\{2\}} \quad (4)$$

dà origine alla “composizione delle Ordinalità”, e cioè

$$\{\tilde{\alpha}\}^{\{2\}} \circ \{\tilde{\alpha}\}^{\{2\}} = \{\tilde{\alpha}\}^{\{2\oplus 2\}} = \{\tilde{\alpha}\}^{\{4\}} \quad (4.1).$$

Il che vuol dire che i due *Duetti* iniziali danno origine ad un *Quartetto*, secondo la notazione esplicita

$$\{\tilde{\alpha}\}^{\{2\}} \circ \{\tilde{\alpha}\}^{\{2\}} = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}\} \circ \{\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}\} = \{\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}\} = \{\tilde{\alpha}\}^{\{4\}} \quad (4.2).$$

Completamente “diverso” è il caso di un Processo Generativo del tipo

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\{2\}\uparrow\{2\}} e^{\tilde{\alpha}(t)} = e^{\tilde{\alpha}(t)} \circ \{\tilde{\alpha}(t)\}^{\{2\}\uparrow\{2\}} \quad (5).$$

In questo caso, infatti si ha una *Sora-Elevazione* di Ordinalità, per cui l'esito di questo Processo Generativo corrisponde ad un “Duetto di Duetti”, più esplicitamente rappresentabile come,

$$\{\tilde{\alpha}\}^{\{2\}\uparrow\{2\}} = \{\{\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}\}, \{\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}\}\} \quad (5.1).$$

E' questo, ovviamente, un concetto molto più generale. Infatti solo “*in termini riduttivi*” (cioè per “*riduzione di Ordinalità*”) potrà rappresentarsi come

$$\{\tilde{\alpha}\}^{\{2\}\uparrow\{2\}} = \{\{\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}\}, \{\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}\}\} = \downarrow \{\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}\} = \{\tilde{\alpha}\}^{\{4\}} \quad (5.2)$$

dove infatti il simbolo “ $=\downarrow$ ” sta esplicitamente ad indicare che l' “uguaglianza” sussiste *solo* a valle di un “processo di riduzione di Ordinalità”.

3. Aggiungiamo inoltre, in proposito, che la notazione del “prodotto cerchietto” (“o”) proprio perché indica un Prodotto fra due Relazioni Ordinali, in alcuni casi può essere “sostituito”, ma solo per ragioni di chiarezza, con il simbolo “ \circledast ”. In particolare quando, a seguito degli sviluppi formali, interviene il “Prodotto di Relazione” fra “spinori” (v. cap. 2, par. 2.1). E questo perché, a tale livello, non vi è più possibilità di confusione fra le Ordinalità presenti, mentre il nuovo simbolo consente di ricordare, con la sua presenza, le particolari proprietà del Prodotto di Relazione (fra “spinori”).

Nel caso invece della Equazione Fondamentale a Feed-Back Ordinale, il simbolo generale “o” è stato direttamente sostituito con il simbolo “ \otimes ” per indicare in questo caso, ancor più espressamente, che il prodotto di “Relazione” fra le entità considerate è ora riferibile ad una Relazione che è *del tutto* “interiore” al Sistema considerato.

4. Dopo questi opportuni chiarimenti, possiamo tornare all'Equazione (2.1), che può scriversi, ancor più esplicitamente, nella forma

$$\{e^{\tilde{\alpha}(t)}\} \circ \{\tilde{\alpha}(t)\}^{\{2\}\uparrow\{N/\tilde{N}\}} \stackrel{\circ}{=} \{0\} \quad (6)$$

in cui l'introduzione del simbolo “ $=$ ” mette maggiormente in evidenza il concetto di *Aderenza* del primo membro della (6) alle Condizioni “Originarie” e a quelle al “Contorno” (o di “Habitat”).

L'Eq. (6) può pertanto considerarsi equivalente alla Equazione

$$\overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\} \uparrow \{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \mapsto \tilde{\{0\}} \quad (7),$$

ovvero anche, ancor più esplicitamente, all'Equazione:

$$\overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}} \overset{\circ}{\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \mapsto \tilde{\{0\}} \quad (8),$$

in cui sono stati più chiaramente evidenziati gli elementi che sono caratterizzati da una struttura *Binario-Duetto*, rispetto a quelli pertinenti la Struttura Generale *N*-aria/*N*-etto.

Entrambe le Relazioni (7) e (8) fondano la loro validità non tanto sul fatto che l'esponentiale non è mai “zero”, quanto sul fatto che le condizioni “originarie” riguardano la componente Generativa

$\overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\} \uparrow \{\tilde{N}/\tilde{N}\}}$ della (6) (v. anche Appendice 11).

In questo caso, però, non si può affermare (come avveniva invece per la (3.1)) che le $\overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}}$ sono tutte “uguali” fra loro in quanto riferibili alla *sola* Generatività Originaria. Perché ora la (8) non descrive più un Sistema Generativo inteso come “isolato”, ma descrive un Sistema che si Auto-Organizza in

“Perfetta Aderenza” (v. simbolo “=”) $\overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}}$ sia alle Condizioni “Originarie” che a quelle al “Contorno” (o di “Habitat”).

Queste Condizioni, poi, non sono “fissate”, una volta per tutte ad un determinato istante t_0 , come abitualmente avviene nel calcolo differenziale tradizionale. Perché il Processo non è un “meccanismo” (diversamente cioè da come si suppone nell'analisi differenziale tradizionale). Proprio per questo tali Condizioni vanno intese come “Condizioni Evolutive”, a carattere Generativo (v. anche Appendice 7).

La ragione più profonda di tale modalità di “Assegnazione”, e cioè di Condizioni Originarie + Habitat intese come “Condizioni Evolutive”, diverrà ancor più chiara quando (in Appendice 7) considereremo il Processo Auto-Organizzante che si “Evolve” nel suo “*Tempo Proprio*”.

Tale Relazione di “Aderenza” può essere allora formalizzata nelle seguenti Relazioni di “Assegnazione”

$$\overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}} \overset{\circ}{\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} = \overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}} \oplus \overset{\circ}{\{\tilde{\lambda}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}} \quad i, j = 1, 2, \dots, N; \quad (9)$$

le quali esprimono che: ad ogni istante, i singoli contributi dovuti al Processo Generativo Originario,

$\overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}}$, considerato come un Processo “isolato”, “*si compongono*” con dei *nuovi* contributi,

anch'essi di natura *generativa*, $\overset{\circ}{\{\tilde{\lambda}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}}$, che rappresentano invece le Condizioni al “Contorno” (o di Habitat).

Se si conoscono, ad ogni istante, le Condizioni Originarie (9), si possono facilmente ottenere le corrispondenti *Relazioni “Progenitrici”*, cioè quelle Relazioni che, in ambito Ordinale, corrispondono al concetto di “integrale” che è tipico e specifico del Calcolo Differenziale Tradizionale.

In tal caso le Relazioni “Progenitrici” corrispondenti alle Relazioni Generative che compaiono a secondo membro della (9) saranno espresse dalle Relazioni

$$\overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}} \oplus \overset{\circ}{\{\tilde{\lambda}_{ij}(t)\}}^{\{\tilde{2}/2\}} \quad (10),$$

e queste potranno essere considerate come i “nuovi” *elementi* della Matrice Ordinale che compare nella (2.2) del cap.2, e qui di seguito riportata per chiarezza :

$$\{\tilde{r}\} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\left\{ \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{11}(t) \\ \tilde{\alpha}_{21}(t) \\ \dots \\ \tilde{\alpha}_{N1}(t) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{12}(t) \\ \tilde{\alpha}_{22}(t) \\ \dots \\ \tilde{\alpha}_{N2}(t) \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{1N}(t) \\ \tilde{\alpha}_{2N}(t) \\ \dots \\ \tilde{\alpha}_{NN}(t) \end{pmatrix} \right\}} \quad (2.2),$$

come pure nella Matrice Ordinale che compare nelle Eq. (2.11) dello stesso capitolo, qui di seguito espressamente riportata, sempre per ragioni di maggior chiarezza

$$\{\tilde{r}\} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\alpha}_{21}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{21}(t) \\ \dots \\ \tilde{\alpha}_{N1}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{N1}(t) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t) \\ 0 \\ \dots \\ \tilde{\alpha}_{N2}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{N2}(t) \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{1N}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{1N}(t) \\ \tilde{\alpha}_{2N}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{2N}(t) \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \right\}} \quad (2.11).$$

A questo punto diviene chiaro che le Relazioni di Assegnazione (2.5) del cap. 2, trascritte ora in forma totalmente esplicita, e cioè con l'Ordinalità Binaria-Duetto che propriamente le contraddistingue

$$\{\tilde{\alpha}_{12}(t)\}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \oplus \{\tilde{\lambda}_{12}(t)\}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} = \{\tilde{\alpha}_{1j}(t)\}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \oplus \{\tilde{\lambda}_{1j}(t)\}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \quad \text{per } j = 3, 4, \dots, N \quad (2.5),$$

in realtà possono essere scritte *direttamente*, cioè a partire dalle proprietà di cui gode la Nuova Matrice Ordinale che compare nella (2.11), la quale “contempla”, come sappiamo, anche i Contributi di Habitat.

A tal proposito è tuttavia fondamentale precisare che:

i) anche se la soluzione (2.11) presuppone la conoscenza, *ad ogni istante*, delle condizioni di assegnazione (9) e, corrispondentemente, delle pertinenti Relazioni “Progenitrici” relative a tutte le coppie ij ;

ii) in realtà, come vedremo nell'Appendice 7, la soluzione (2.11) riceverà una espressione totalmente esplicita, *ad ogni istante* t , sulla *sola base* delle proprietà che caratterizzano la coppia di Riferimento “12”, considerata ad un istante t_0 assunto come “originario”. Tale soluzione esplicita sarà fornita dalla Soluzione “Emergente” della Seconda Equazione Fondamentale del P. d. M. O., e cioè l'Equazione di “Sovra-Elevazione” di Ordinalità del Sistema, in seguito denominata Equazione di Riccati a Feed-Back Ordinale (ib.), di cui può essere interessante anticipare già qui la soluzione (v. Eq. (32), Appendice 7)

$$\{\tilde{r}\} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\{\tilde{B}(t)\}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \circ ({}^N\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \quad (32).$$

5. Come si può facilmente riconoscere, il Procedimento Logico seguito per pervenire alle Relazioni di “assegnazione” (2.5) è, in un certo senso, un procedimento “inverso” rispetto a quello (abbastanza “semplificato”) che è stato seguito per la loro introduzione al cap. 2.

A questo punto è più facile comprendere il fatto che, la “contestuale” considerazione delle corrispondenti relazioni di assegnazione pertinenti le “derivate incipienti” delle (2.5), fino all'Ordine $N-1$

$$\overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}_{12}(t)\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \oplus \overset{\circ}{\{\tilde{\lambda}_{12}(t)\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} = \overset{\circ}{\{\tilde{\alpha}_{1j}(t)\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \oplus \overset{\circ}{\{\tilde{\lambda}_{1j}(t)\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \quad \text{per } k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.6),$$

rappresenta in realtà una “modalità equivalente” per tener conto delle condizioni Originarie, di Natura Generativa, relative ad una Equazione Differenziale che, come la (6), che è caratterizzata da una Ordinalità Massima pari ad N .

6. Il Procedimento Logico appena illustrato, finalizzato a presentare la Soluzione Esplicita “Emergente” della Prima Equazione Fondamentale, appare allora più chiaramente “Ostensivo” del fatto che:

- a) l'*Esito Generativo* del Sistema, nella sua Configurazione Ordinale "Emergente", è dovuto sia all'*Esito Generativo del Sistema* come tale, cioè "come se" fosse isolato, sia all'*Ulteriore Contributo Generativo* dovuto alla *Generatività propria* dell'*Habitat*;
- b) si può pertanto affermare che la Prima Equazione Fondamentale del P. d. M. Ordinalità "descrive" un Sistema che, nella Sua Generazione, ovvero come Sistema "Auto-Organizzante", si Struttura in Termini Ordinali perfettamente *N-ari/N-etti*, con il "concorso" non solo delle sue Condizioni Originarie, ma anche di quelle di *Habitat*;
- c) e ciò rappresenta una chiara Ostensione di quanto afferma l'enunciato verbale del P. d. M. Ordinalità, in particolare nella sua parte finale:

*"Ogni Sistema tende a Massimizzare la propria Ordinalità,
inclusa quella del suo habitat circostante".*

7. Quanto sopra costituisce una premessa fondamentale per passare a considerare (in Appendice 6) le *Relazioni di Armonia*. Queste, infatti, in quanto *di per sé* "Soluzioni Emergenti", non possono ritenersi "implicite" in quanto sopra riportato.

Le *Relazioni di Armonia*, infatti, aggiungono qualcosa di "Extra", e proprio per questo si rivelano come delle *Nuove* "Soluzioni Emergenti".

Un tema questo che, per una considerazione più approfondita, verrà (come già anticipato) più articolatamente trattato alla successiva Appendice 6.