

Appendice 7

La Seconda Equazione Fondamentale del Principio di Massima Ordinalità

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}}\{\tilde{r}\} \otimes (\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}}\{\tilde{r}\} = \{0\} \quad (\text{Eq. (2.3), cap. 2})$$

Sommario. Questa Appendice tratta sostanzialmente di due Temi Fondamentali strettamente “correlati”: a) la *Soluzione Esplicita* “Emergente” della Seconda Equazione Fondamentale del Principio di Massima Ordinalità; b) e il Concetto di “*Tempo Proprio*” dei Sistemi Auto-Organizzanti.

La “correlazione” fra questi due temi consiste nel fatto che il Concetto di “Tempo Proprio” è un aspetto “emergente” dalla Soluzione Esplicita dell’Equazione Riccati a Feed-Back Ordinale. E poiché quest’ultima “completa” la Formulazione del P. d. M. Ordinalità, si potrebbe anche dire che: il P. d. M. Ordinalità e il “Tempo Proprio” sono due modalità diverse, e al contempo “consonanti”, dello stesso processo descrittivo di un Sistema Auto-Organizzante (quasi “due facce della stessa medaglia”).

Infatti le Soluzioni “Emergenti” del P. d. M. Ordinalità vengono fornite in un *Tempo* che è “caratteristico” del Sistema Autoorganizzante considerato, e perciò denominato “*Tempo Proprio*” del Sistema.

Sulla base di queste premesse si potrebbe anche dire che il Principio di Massima Ordinalità dà origine ad una “corrispondenza” fra l’ “*Eccedenza*” della *Qualità*, descritta dal modello matematico, e un “*Tempo di Qualità*”, secondo cui tale “*Eccedenza*” viene “*evolutiveamente*” rappresentata. In sostanza, una “corrispondenza” fra “*Qualità*” e “*Tempo di Qualità*”.

Prima parte: Soluzione Esplicita dell’Equazione di Riccati a Feed-Back Ordinale

1. Introduzione

La ricerca di una Soluzione Esplicita della Seconda Equazione Fondamentale (a Feed-Back Ordinale) inizia con il riconoscimento del fatto che, la Soluzione (2.11) del cap. 2, qui di seguito riportata per chiarezza espositiva, ed indicata come Eq. (1) in questa Appendice

$$\tilde{r} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \tilde{\alpha}_{21}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{21}(t) \\ \dots \\ \tilde{\alpha}_{N1}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{N1}(t) \end{array} \right\} \left(\begin{array}{c} \tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t) \\ 0 \\ \dots \\ \tilde{\alpha}_{N2}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{N2}(t) \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \dots \\ \tilde{\alpha}_{1N}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{1N}(t) \\ \dots \\ \tilde{\alpha}_{2N}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{2N}(t) \\ \dots \\ 0 \end{array} \right) \right\}} \quad (1),$$

può essere riscritta tenendo conto delle Relazioni d’Armonia, così da mettere “in evidenza” la sola coppia

di riferimento (“12”), rappresentata da $\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\}$ (1.1), e le sue Relazioni con una Matrice di Radici Ordinali dell’Unità, cosicché la (1) viene ad assumere la forma

$$\tilde{r} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\left\{ \left(\begin{array}{c} \tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right) \circ \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \sqrt[N-1]{\{1\}}_{11} \\ \sqrt[N-1]{\{1\}}_{21} \\ \dots \\ \sqrt[N-1]{\{1\}}_{N1} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \sqrt[N-1]{\{1\}}_{12} \\ \sqrt[N-1]{\{1\}}_{22} \\ \dots \\ \sqrt[N-1]{\{1\}}_{N2} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \dots \\ \sqrt[N-1]{\{1\}}_{1N} \\ \dots \\ \sqrt[N-1]{\{1\}}_{2N} \\ \dots \\ \sqrt[N-1]{\{1\}}_{NN} \end{array} \right) \end{array} \right) \right\}} \quad (2),$$

in cui:

- la Relazione Compositiva $\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\}$ (1.1), così trascritta (come in precedenza) per sole ragioni di semplicità grafica, sta in realtà ad indicare l’espressione completa $\{\tilde{\alpha}_{12}(t)\}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \oplus \{\tilde{\lambda}_{12}(t)\}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}}$ (1.2), in cui le pertinenti Ordinalità sono propriamente evidenziate in forma esplicita (cioè non sono più considerate “inclide” nei precedenti simboli adottati);

- mentre le Radici Ordinali dell'Unità, caratterizzate da pedici uguali, cioè del tipo $(\sqrt[N-1]{\tilde{\{1\}}})_{ii}$, anche se così rappresentate per sola analogia con tutte le altre, in realtà sono da intendersi tutte uguali a zero, come è facile riconoscere dal confronto fra la (2) e la (1) precedente;

- tutte le altre Radici Ordinali, inoltre, anche se rappresentate da un medesimo simbolo, caratterizzato da un doppio pedice, e cioè del tipo $(\sqrt[N-1]{\tilde{\{1\}}})_{ij}$, possono “originarsi”, caso per caso, dal prodotto di altre Radici Ordinali dell'Unità, come qui di seguito sinteticamente illustrato.

Per esempio, e con riferimento alla notazione adottata nella Eq. (2):

- a) se consideriamo la coppia $\{\tilde{\alpha}_{34}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{34}(t)\}$ (3) e ricerchiamo la sua Relazione con la coppia di riferimento “12”;
- b) possiamo supporre che la (3) sia riferibile alla sequenza di coppie “31”, “32”, “33”, “34”, etc.;
- c) in tal caso la coppia “34”, tenendo conto delle Relazioni d'Armonia, potrà esprimersi come

$$\{\tilde{\alpha}_{34}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{34}(t)\} = (\sqrt[N-1]{\tilde{\{1\}}})_{l,31} \circ \{\tilde{\alpha}_{31}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{31}(t)\} \quad (4);$$

- d) la coppia “31”, tuttavia, per ragioni di Specularità direttamente riferibili alla sua Ordinalità $\{2/2\}$, sarà perfettamente identica alla coppia “Speculare” “13”;
- e) infatti la distinzione fra di esse, sulla base di un (possibile) “orientamento interno”, si manifesta solo se si opera una “riduzione di Ordinalità” del tipo $\{2/2\} \rightarrow 1$;
- f) pertanto la coppia “31”, in quanto perfettamente identica alla “13”, potrà rappresentarsi nella forma che si origina dalla considerazione della sequenza “12”, “13”, “14”, etc., cioè quella sequenza che *la riferisce* direttamente alla coppia “12”;

g) si avrà pertanto
$$\{\tilde{\alpha}_{31}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{31}(t)\} = (\sqrt[N-1]{\tilde{\{1\}}})_{m,12} \circ \{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \quad (5),$$

h) ed infine
$$\{\tilde{\alpha}_{34}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{34}(t)\} = (\sqrt[N-1]{\tilde{\{1\}}})_{l,31} \circ (\sqrt[N-1]{\tilde{\{1\}}})_{m,12} \circ \{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \quad (6);$$

i) cosicché, adottando la notazione generale “a due pedici” propria della Eq. (2), si potrà scrivere la Relazione

$$(\sqrt[N-1]{\tilde{\{1\}}})_{34} = (\sqrt[N-1]{\tilde{\{1\}}})_{l,31} \circ (\sqrt[N-1]{\tilde{\{1\}}})_{m,12} \quad (7)$$

l) e ciò consente di riconoscere facilmente la generalità della rappresentazione adottata nella Eq. (2).

2. “Liceità” del processo di “estrazione” della Relazione “compositiva” $\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\}$ (1) dalla Matrice Ordinale dell'Eq. (2).

Aggiungiamo ora qualche riflessione sull'operazione indicata nel titolo del presente paragrafo. A tal fine, e per maggior chiarezza, è bene adottare l'*espressione completa* della Relazione “compositiva” (1.1), e cioè quella nella forma (1.2).

Il processo di “estrazione”, infatti, indicato nella Eq. (2), è reso possibile dal fatto che la Relazione (1.1) (o meglio, la (1.2)) compariva all' “interno” ad una Matrice Ordinale caratterizzata da una Ordinalità più elevata (precisamente $\{\tilde{N}/\tilde{N}\}$). Ciò comporta che, qualora si decidesse di “reintrodurre” nuovamente la

(1.2) nella Matrioska di Ordinalità $\{\tilde{N}/\tilde{N}\}$, il Prodotto “o” (fra la Relazione (1.2) e la Matrioska Ordinale) non darebbe origine ad una semplice composizione di Ordinalità, del tipo $\{2/2\} \oplus \{\tilde{N}/\tilde{N}\}$, ma la (1.2) tornerebbe ad essere “caratterizzata” dall'Ordinalità che propriamente le compete in quanto considerata *nuovamente all' “interno”* della Matrice Ordinale.

Ed è proprio per questo che, quando nel seguito di questi sviluppi formali sarà più comodo “sintetizzare” l'intera Matrice Ordinale con un solo simbolo, adatteremo la notazione

$$\{({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})_{ij}\}^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \quad (8)$$

dove la “freccia” “ \uparrow ” starà lì a ricordare, in forma esplicita, quanto precedentemente esposto. E cioè, l’Ordinalità $\{\tilde{N}/\tilde{N}\}$ va sempre considerata come una particolare forma di *Sovra-Ordinalità*.

3. Ulteriori Premesse al Procedimento Risolutivo

Per ragioni di “semplicità” grafica, continueremo ad adottare la notazione (1.1) per rappresentare la Relazione “compositiva” nella sua forma più generale (1.2).

Inoltre, sempre per le stesse ragioni, la (8) verrà rappresentata senza l’indicazione del “doppio pedice”. E pertanto verrà trascritta come

$$({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \quad (8.1)$$

Pertanto, sulla base di queste assunzioni, l’ Eq. (2) assumerà la forma più sintetica

$$\{\tilde{r}\} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \quad (9)$$

4. Sviluppo della Seconda Equazione Fondamentale ai fini di una sua Soluzione Esplicita

La Seconda Equazione Fondamentale, qui di seguito riportata per ragioni di chiarezza (v. anche Eq. (5) in Appendice 4)

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{(\tilde{2}/\tilde{2})} \{\{\tilde{r}\} \otimes (\tilde{d}/\tilde{d}t)^{(\tilde{2}/\tilde{2})} \{\tilde{r}\}\} = \{0\} \quad (10)$$

può essere risolta seguendo diversi procedimenti risolutivi, del tutto “equivalenti”. Nel nostro caso, però, è preferibile adottare un Procedimento di carattere “Generativo”, il quale, pur conservando integralmente tutta la sua generalità, consente (meglio di altri) di mettere in chiara “evidenza” l’ “emergere” di una “Sovra-Elevazione di Ordinalità”, in precedenza denominata anche come “Feed-Back Ordinale”.

Il procedimento consiste essenzialmente nel “distribuire” il Generatore $(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{(\tilde{2}/\tilde{2})}$ sui i due termini del Prodotto di Relazione che appare all’ “interno” delle parentesi graffe presenti nella (10).

E’ questo un procedimento del tutto analogo a quello che si segue nel caso della derivazione “tradizionale”, con la differenza però che i vari Generatori che vi compaiono sono ora tutti a *carattere “prioritario”* (non sono cioè semplicemente degli “operatori funzionali”). Avremo così che la (10) potrà scriversi come segue

$$\{(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{(\tilde{2}/\tilde{2})} \{\tilde{r}\} \otimes (\tilde{d}/\tilde{d}t)^{(\tilde{2}/\tilde{2})} \{\tilde{r}\} \oplus \{\tilde{r}\} \otimes (\tilde{d}/\tilde{d}t)^{(\tilde{2}/\tilde{2})} (\tilde{d}/\tilde{d}t)^{(\tilde{2}/\tilde{2})} \{\tilde{r}\}\} = \{0\} \quad (11)$$

in cui possiamo ora introdurre la (9), tenendo però conto del fatto che i due Generatori “sequenziali” $(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{(\tilde{2}/\tilde{2})} (\tilde{d}/\tilde{d}t)^{(\tilde{2}/\tilde{2})}$ sono di *carattere “prioritario”*, per cui vanno considerati secondo il verso di lettura che va “da sinistra a destra”, e non, come avviene nella derivazione “tradizionale”, secondo una priorità che va “da destra verso sinistra”.

Sulla base di quanto appena esposto, il *primo membro* della (11) assumerà la seguente espressione esplicita in cui, per ragioni di maggior chiarezza (ma anche per maggior generalità), il simbolo di Prodotto “ \otimes ” è stato sostituito con il simbolo di Prodotto di Relazione “ \circledast ”

$$\begin{aligned} & e^{\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \circ \{\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}\}^{(\tilde{2}/\tilde{2})} \circledast \\ & e^{\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \circ \{\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}\}^{(\tilde{2}/\tilde{2})} \oplus \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \oplus e^{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t) \circ (N\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \otimes e^{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t) \circ (N\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \circ \\ & \{\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ (N\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}\}^{\tilde{2}/\tilde{2}} \}^{\uparrow\tilde{2}} \end{aligned} \quad (12).$$

Come si può subito osservare, nel secondo addendo della (12) compare una “Sovra-Elevazione di Ordinalità”, rappresentata dal simbolo $\uparrow \tilde{2}$ ad “esponente” dell’ultimo fattore, che si “origina” (come del resto già anticipato) dai due Generatori “sequenziali” $(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\tilde{2}/\tilde{2}}$ $(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\tilde{2}/\tilde{2}}$ che compaiono nella (11). A questo punto si riconosce facilmente che il Prodotto

$$e^{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t) \circ (N\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \otimes e^{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t) \circ (N\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \quad (13)$$

compare in entrambi i termini della “Composizione” \oplus , e pertanto può anche essere messo “in evidenza”, così da poter riscrivere l’Equazione (11) nella forma

$$\begin{aligned} & \{\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ (N\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}\}^{\tilde{2}/\tilde{2}} \otimes \{\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ (N\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}\}^{\tilde{2}/\tilde{2}} \oplus \\ & \{\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ (N\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}\}^{\tilde{2}/\tilde{2}} \}^{\uparrow\tilde{2}} = \{0\} \end{aligned} \quad (14).$$

Prima di procedere oltre con l’analisi della Eq. (14), è opportuno evidenziare alcuni aspetti che saranno di particolare rilievo proprio nella ricerca della soluzione di questa equazione. E lo facciamo prendendo come riferimento il Prodotto (13), precedentemente introdotto.

Tale “Prodotto”, infatti, può essere inteso come un vero e proprio “quadrato”. E questo perché, le espressioni del tipo $\{\{e^{\tilde{\alpha}}\} \circ \{e^{\tilde{\alpha}}\}\}$ possono sempre scriversi nella forma $\{e^{\tilde{\alpha} \oplus \tilde{\alpha}}\}$, cioè attraverso

la “Composizione” degli esponenti. Ma tale Composizione $\{\tilde{\alpha} \oplus \tilde{\alpha}\}$ può sempre denotarsi come $2\{\tilde{\alpha}\}$,

in quanto il Prodotto fra il numero “cardinale” 2 e la Relazione Ordinale $\tilde{\alpha}$ non può mai essere inteso come un “prodotto scalare”. E questo perché le Relazioni Ordinali non si “sommano” mai con il segno algebrico “+”, ma si “Compongono” secondo il simbolo \oplus , il quale indica sempre, espressamente, la “generazione” di un “Unum”, che è sempre “Eccedente” rispetto ai termini “componenti”.

Pertanto il Prodotto $2\{\tilde{\alpha}\}$ non può intendersi come $\tilde{\alpha} + \tilde{\alpha}$, ma va inteso come $\{\tilde{\alpha} \oplus \tilde{\alpha}\}$, in cui la presenza delle parentesi “graffe” ribadisce, ancora una volta, in concetto di “Unum” (“Eccedente” rispetto ai componenti).

Una diretta conferma di quanto appena esposto si può avere considerando, per esempio, gli sviluppi in serie (secondo le derivate “incipienti”), rispettivamente, di $\{\{e^{\tilde{\alpha}}\} \circ \{e^{\tilde{\alpha}}\}\}$ (15) e quello di $\{e^{2\{\tilde{\alpha}\}}\}$ (16). Entrambi gli sviluppi infatti conducono alla espressione

$$1 \oplus \{2\tilde{\alpha}\} \oplus \frac{\{2\tilde{\alpha}\}^2}{2} \oplus \frac{\{2\tilde{\alpha}\}^3}{6} \oplus \dots \quad (17),$$

la quale è appropriatamente scritta con il simbolo di “Composizione” \oplus , che, come già detto in precedenza, sta espressamente ad indicare la “genesì” di un “Unum” di Natura Ordinale.

5. Soluzione Esplicita della Seconda Equazione Fondamentale nella forma (14)

Le riflessioni appena svolte circa l'interpretazione della (13), intesa come un "vero e proprio quadrato", divengono ora di particolare rilievo ai fini della "ri-strutturazione" della (14) in una forma che ne faciliti la ricerca di una Soluzione Esplicita.

Infatti, ponendo

$$\tilde{\Phi}(t) = \{\overset{\circ}{\alpha}_{12}(t) \oplus \overset{\circ}{\lambda}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \quad (18),$$

il Prodotto che compare come primo "addendo" (Compositivo) nella (14), può a sua volta scriversi come un vero e proprio "quadrato". E cioè

$$\{\overset{\circ}{\alpha}_{12}(t) \oplus \overset{\circ}{\lambda}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \circledast \{\overset{\circ}{\alpha}_{12}(t) \oplus \overset{\circ}{\lambda}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} = \{\tilde{\Phi}\}^2 \quad (19),$$

mentre il secondo "addendo" (compositivo) potrà, corrispondentemente, scriversi come

$$\{\overset{\circ}{\alpha}_{12}(t) \oplus \overset{\circ}{\lambda}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\{\tilde{1}\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \uparrow^2 = (\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\uparrow\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \{\tilde{\Phi}\} \quad (20),$$

in cui è stata esplicitamente messa in evidenza la "Sovra-Elevazione" (di cui abbiamo parlato in precedenza) che caratterizza il primo membro della (20).

Sulla base delle (19) e (20), l'Eq. (14) potrà risciversi, più sinteticamente (ma anche più chiaramente) nella forma

$$(\tilde{d}/\tilde{d}t)^{\uparrow\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \{\tilde{\Phi}\} \oplus \{\tilde{\Phi}\}^2 = 0 \quad (21),$$

la quale, come è facile riconoscere, ha la "Struttura Formale" della ben nota Equazione di Riccati, che però è ora intesa in termini di *Derivate "Incipienti"* e in senso *Generativo Ordinale*.

Se ora teniamo conto della Struttura *Binaria-Duetto* del primo "addendo" della (21), ed evidenziamo anche i segni \oplus/\ominus di "Specularità" interna della stessa, possiamo scrivere

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} \overset{\circ}{\oplus} \\ \tilde{\Phi} \\ \overset{\circ}{\oplus} \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \overset{\circ}{\ominus} \\ \tilde{\Phi} \\ \overset{\circ}{\ominus} \end{array} \right) \end{array} \right\} \oplus \{\tilde{\Phi}\}^2 = 0 \quad (22)$$

ovvero, più esplicitamente

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} \overset{\circ}{\oplus} \\ \tilde{\Phi} \oplus \{\tilde{\Phi}\}^2 \\ \overset{\circ}{\oplus} \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \overset{\circ}{\ominus} \\ \tilde{\Phi} \oplus \{\tilde{\Phi}\}^2 \\ \overset{\circ}{\ominus} \end{array} \right) \end{array} \right\} = 0 \quad (22.1).$$

Si ha così che la (22.1) dà origine a *quattro "distinte"* Equazioni di Riccati, che però sono uguali "a due a due". E cioè dà origine, sostanzialmente, alla due sole seguenti Equazioni:

$$\overset{\circ}{\oplus} \tilde{\Phi} \oplus \{\tilde{\Phi}\}^2 = 0 \quad (23.1)$$

$$\overset{\circ}{\ominus} \tilde{\Phi} \oplus \{\tilde{\Phi}\}^2 = 0 \quad (23.2).$$

Ai fini della Soluzione Esplicita di queste due Equazioni, possiamo considerare dapprima la (23.1), anche perché la (23.2) si risolve in modo del tutto analogo alla precedente.

Tuttavia, prima di passare al Procedimento Risolutivo, vogliamo richiamare alcune caratteristiche fondamentali dell'Equazioni di Riccati "tradizionale", per evidenziare ancor meglio le Proprietà "Emergenti" di questa Equazione, quando è trascritta in termini di *Derivate "Incipienti"* nel conteso generale del Principio di Massima Ordinalità.

6. Alcuni richiami sull'Equazione di Riccati nella descrizione dei Sistemi "Auto-Organizzanti"

La soluzione esplicita della Equazione di Riccati, sia nell'Analisi Differenziale "Tradizionale" che secondo il Calcolo Differenziale "Incipiente", è stata già trattata in (Giannantoni 2007, cap. 2) e, più ampiamente, nel website *www.ordinality.org*.

In questa sede ci limitiamo pertanto a richiamare il fatto che già nell'Analisi Differenziale "Tradizionale" l'Equazione di Riccati appare molto spesso nella modellizzazione dei *Sistemi viventi*, anche se, tuttavia, in tale contesto *non è in grado di dare "origine" a "Soluzioni Emergenti"*.

Ciò nonostante occorre riconoscere che il ricorso, in Ambito Tradizionale, ad una descrizione di alcuni processi basata sull'Equazione di Riccati è dovuto al fatto che questa è la *più semplice equazione non-lineare*, e ciò la rende sufficientemente "appropriata" a descrivere (nei limiti del possibile, e cioè senza "Eccedenze") alcuni Processi che, in ambito Ordinale, vengono riconosciuti come *Auto-Organizzanti*.

Essa infatti, per la sua stessa struttura, rappresenta una *Inter-azione* associata ad un *Feed-Back*. E questo tipo di Relazioni sono particolarmente frequenti nell'ambito dei Sistemi *viventi*.

L'Equazione di Riccati, così come è intesa nell'ambito del calcolo differenziale tradizionale

$$\frac{df}{dt} + Q(t)f(t) + R(t)f^2(t) = P(t) \quad (24)$$

può facilmente ricondursi, attraverso la sostituzione

$$y(t) = \frac{1}{f(t)R(t)} \cdot \frac{df}{dt} \quad (24.1),$$

alla seguente equazione differenziale lineare del *secondo ordine*, a *coefficienti variabili*:

$$R \frac{d^2}{dt^2} y(t) - (R' - QR) y(t) - PR^2 y(t) = 0 \quad (24.2).$$

Se questa equazione viene allora riscritta (ed interpretata) in termini di Derivate *Incipienti*, essa fornisce una comoda *Soluzione Esplicita*, in *termini finiti e quadrature* (v. Giannantoni 2001d, 2004c).

Nel nostro caso, tuttavia, la ricerca della Soluzione è ancora più "semplice", in quanto l'Equazione di riferimento è la seguente Equazione (23.1)

$$\overset{\circ}{\oplus} \tilde{\Phi} \oplus \{\tilde{\Phi}\}^2 = 0 \quad (23.1),$$

la quale, per confronto con la (24), consente riconoscere che, nel nostro caso, si ha $Q(t) = 0$, $R(t) = 1$, $P(t) = 0$. Ed è per questo che essa diviene una Equazione del *Primo Ordine* alle Derivate Incipienti.

7. Soluzione dell'Equazione di Riccati nella forma (23.1)

In questo caso la Soluzione può ottenersi molto più facilmente adottando la sostituzione

$$\tilde{\Phi} = \frac{1}{\tilde{F}} \circ \frac{\tilde{d}\tilde{F}}{\tilde{d}t} \quad (24.3),$$

che trasforma la (23.1) nell'Equazione

$$\frac{\tilde{d}}{\tilde{d}t} \left(\frac{\tilde{d}\tilde{F}}{\tilde{d}t} \right) = 0 \quad (25).$$

L'Equazione (25) è stata scritta nella forma con "*doppia derivata*" incipiente, e non nella forma

$$\frac{\tilde{d}^2 \tilde{F}(t)}{\tilde{d}t^2} = 0 \quad (25.1),$$

perché la prima è la struttura formale più corretta, in quanto la (25) si origina dal "*procedimento di sostituzione*" (24.3). Tale "sostituzione", infatti, non comporta una "Sovra-Elevazione"

di Ordinalità della derivata già presente nella (23.1)), proprio perché la “sostituzione” rappresenta solo un *procedimento di semplificazione* nella struttura formale della Relazione incognita $\tilde{\Phi}$.

L'Equazione (25), così ottenuta, ha come Soluzione la seguente espressione:

$$\tilde{F}(t) = \tilde{c}_1 \oplus \tilde{c}_2 \circ t \quad (26)$$

in cui \tilde{c}_1 e \tilde{c}_2 rappresentano le condizioni iniziali $\tilde{c}_1(t_0)$ e $\tilde{c}_2(t_0)$, entrambe considerate, per semplicità, all'istante iniziale $t_0 = 0$ (più correttamente, all'istante t_0^+), mentre la “composizione ad Unum” (\oplus), che in essa vi compare, *Qualifica* la (26) come “*Soluzione Emergente*”.

Tenuto conto allora della (26), la ricercata Soluzione $\tilde{\Phi}(t)$ è fornita allora (24), e cioè nella forma:

$$\tilde{\Phi}(t) = \frac{\tilde{c}_2}{\tilde{c}_1 \oplus \tilde{c}_2 \circ t} \quad (27.1) \quad \text{ovvero anche} \quad \tilde{\Phi}(t) = \oplus \frac{\tilde{c}_2}{\tilde{c}_1 \oplus \tilde{c}_2 \circ t} \quad (27.2).$$

La (27.2) (come è facile riscontrare) è Soluzione della (23.1). Con l'ulteriore considerazione che anche questa Soluzione presenta una “*Eccedenza di Ordinalità*” rispetto all'Ordinalità della $\tilde{\Phi}(t)$ che compare nella (18)), perché, anche qui, la Soluzione è strutturata secondo una “composizione ad Unum” (\oplus). Se riprendiamo ora Relazione (18), assunta come “posizione originaria”

$$\tilde{\Phi}(t) = \{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ (\overset{\circ}{N}\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \quad (18)$$

e “risaliamo” alla corrispondente Relazione Progenitrice del secondo membro, avremo che

$$\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ (\overset{\circ}{N}\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} = \int_0^t \tilde{\Phi}(t) dt = \int_0^t \frac{\tilde{c}_2}{\tilde{c}_1 \oplus \tilde{c}_2 \circ t} dt = \ln(\tilde{c}_1 \oplus \tilde{c}_2 \circ t) \oplus c_3 \quad (28).$$

Ciò vuol dire che, per $t = 0$, si ha

$$\{\tilde{\alpha}_{12}(0) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(0)\} \circ (\overset{\circ}{N}\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} = \ln \tilde{c}_1 \oplus c_3 \quad (29),$$

in cui i due termini “compositivi” a secondo membro della (29) hanno la stessa Ordinalità del primo membro, oltre al fatto di dare origine ad una “*Eccedenza*” da composizione Unum. Tenuto conto della Relazione (29), la Relazione (28) potrà pertanto scriversi più esplicitamente nella forma

$$\begin{aligned} & \{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\} \circ (\overset{\circ}{N}\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} = \\ & = \{\tilde{\alpha}_{12}(0) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(0)\} \circ (\overset{\circ}{N}\sqrt{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/\tilde{2}\}} \oplus \ln(\tilde{c}_1 \oplus \tilde{c}_2 \circ t) \oplus \ln \tilde{c}_1 \end{aligned} \quad (30),$$

in cui, *lo sottolineiamo ancora una volta*, gli *ultimi due* termini “compositivi” a secondo membro della (30) presentano la stessa Ordinalità del primo termine a secondo membro, oltre a rappresentare un contributo Ordinale, di “natura compositiva”, che si origina dal Processo di Soluzione della (23.1).

Considerando infatti la struttura della Soluzione (30), è facile riconoscere che:

- se valutata all'istante iniziale $t = 0$, essa fornisce la condizione “iniziale” a carattere Originario
- se considerata invece per $t > 0$, il termine “variabile” (a carattere Generativo), con la sua struttura in forma logaritmica, esprime una “variazione” temporale che è direttamente riferibile al primo membro della (30) e, in particolare, ai *suoi termini “variabili”* che in esso vi compaiono (oltre, ovviamente, al contributo dovuto ora ai tre termini “compositivi” a secondo membro della (30)).

L'Equazione (30) rappresenta quindi l'espressione "esplicita" della Relazione Compositiva (1.2), tenuto ovviamente conto anche del "fattore" costante $(\sqrt[N-1]{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}$.

Se a questo punto poniamo

$$\tilde{A}(t) = \{\tilde{\alpha}_{12}(0) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(0)\} \circ (\sqrt[N-1]{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \oplus \ln(\tilde{c}_1 \oplus \tilde{c}_2 \circ t) \quad (31),$$

la Soluzione dell'Equazione di Riccati, se pensata strutturata nella forma (22.1), può essere formalmente scritta come segue

$$\left\{ \left(\begin{array}{c} \oplus \tilde{A}(t) \\ \oplus \tilde{A}(t) \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \oplus \tilde{A}(t) \\ \oplus \tilde{A}(t) \end{array} \right) \right\} \quad (32).$$

Questa, tuttavia, non rappresenta ancora la Soluzione dell'Equazione di Riccati nella *sua Forma più*

Generale, in quanto, come inizialmente indicato, la notazione $\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\}$, adottata nella (18) per sole ragioni di semplicità grafica (v. Relazione (1.1)), "include" già, *concettualmente*, l'indicazione delle Relazioni *Binarie-Duetto* esplicitamente indicate nella (1.2). Più esplicitamente, la notazione

$\{\tilde{\alpha}_{12}(t) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(t)\}$ (1.1) sta in realtà ad indicare, più "sinteticamente", l'espressione

$$\{\tilde{\alpha}_{12}(t)\}^{\{2/2\}} \oplus \{\tilde{\lambda}_{12}(t)\}^{\{2/2\}} \quad (1.2).$$

Ciò comporta che, se indichiamo la Relazione *Binaria-Duetto* (32) con il simbolo $\tilde{B}(t)$, e cioè

$$\tilde{B}(t) = \left\{ \left(\begin{array}{c} \oplus \tilde{A}(t) \\ \oplus \tilde{A}(t) \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \oplus \tilde{A}(t) \\ \oplus \tilde{A}(t) \end{array} \right) \right\} \quad (33)$$

la *Soluzione Generale* della *Seconda Equazione Fondamentale* del Principio di Massima Ordinalità, espressa in termini *Evolutivi Generativi*, sarà rappresentata dalla "*Soluzione Emergente*"

$$\{\tilde{r}\} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\{\tilde{B}(t)\}^{\{2/2\}} \circ (\sqrt[N-1]{\{1\}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \quad (34).$$

Ciò nondimeno, è opportuno mostrare anche una possibile "variante" alla Soluzione "Emergente" (34)

appena ottenuta, perché, a prima vista, potrebbe sembrare che le Relazioni $\tilde{\alpha}_{12}(t)$ e $\tilde{\lambda}_{12}(t)$ presentino, in generale, un andamento "temporale" di tipo "indifferenziato". In realtà non è così, come mostreremo nel prossimo paragrafo.

7.1 Una possibile "variante" alla Soluzione "Emergente" (34)

Tale possibile "variante" può essere ottenuta a partire dalla (18), esplicitando entrambe le Relazioni

$\tilde{\alpha}_{12}(t)$ e $\tilde{\lambda}_{12}(t)$ nelle loro componenti proprie nello *Spazio di Relazione*:

$$\{\tilde{\alpha}_{12}(t)\} = \{\tilde{\sigma}_{12,\alpha}(t) \circ \tilde{i} \oplus \tilde{\varphi}_{12,\alpha}(t) \circ \tilde{j} \oplus \tilde{\theta}_{12,\alpha}(t) \circ \tilde{k}\} \quad (35)$$

$$\{\tilde{\lambda}_{12}(t)\} = \{\tilde{\sigma}_{12,\lambda}(t) \circ \tilde{i} \oplus \tilde{\varphi}_{12,\lambda}(t) \circ \tilde{j} \oplus \tilde{\theta}_{12,\lambda}(t) \circ \tilde{k}\} \quad (36),$$

ed evidenziando poi la loro “composizione $\{\overset{\circ}{\tilde{\alpha}}_{12}(t) \oplus \overset{\circ}{\tilde{\lambda}}_{12}(t)\}$ nella forma esplicita

$$\begin{aligned} & \{\overset{\circ}{\tilde{\alpha}}_{12}(t) \oplus \overset{\circ}{\tilde{\lambda}}_{12}(t)\} = \\ & = \{\overset{\circ}{\tilde{\sigma}}_{12,\alpha}(t) \oplus \overset{\circ}{\tilde{\sigma}}_{12,\lambda}(t)\} \circ i \oplus \{\overset{\circ}{\tilde{\varphi}}_{12,\alpha}(t) \oplus \overset{\circ}{\tilde{\varphi}}_{12,\lambda}(t)\} \circ j \oplus \{\overset{\circ}{\tilde{\theta}}_{12,\alpha}(t) \oplus \overset{\circ}{\tilde{\theta}}_{12,\lambda}(t)\} \circ k = \\ & \{\overset{\circ}{\tilde{\sigma}}_{12}^*(t) \circ i \oplus \overset{\circ}{\tilde{\varphi}}_{12}^*(t)\} \circ j \oplus \{\overset{\circ}{\tilde{\theta}}_{12}^*(t)\} \circ k \end{aligned} \quad (37).$$

In tal modo, a partire dalla (37), ed adottando lo stesso procedimento risolutivo basato sulla “sostituzione” del tipo (24.3), si ottengono tre distinte Equazioni Differenziali

$$\frac{\tilde{d}}{\tilde{d}t} \left(\frac{\tilde{d} \overset{\circ}{\tilde{\sigma}}_{12}^*(t)}{\tilde{d}t} \right) = 0 \quad \frac{\tilde{d}}{\tilde{d}t} \left(\frac{\tilde{d} \overset{\circ}{\tilde{\varphi}}_{12}^*(t)}{\tilde{d}t} \right) = 0 \quad \frac{\tilde{d}}{\tilde{d}t} \left(\frac{\tilde{d} \overset{\circ}{\tilde{\theta}}_{12}^*(t)}{\tilde{d}t} \right) = 0 \quad (38),$$

con soluzioni strutturalmente “analoghe” alla soluzione precedentemente ottenuta. Ciò significa che la Soluzione Generale (30) può anche scriversi nella forma

$$\begin{aligned} & \{\overset{\circ}{\tilde{\alpha}}_{12}(t) \oplus \overset{\circ}{\tilde{\lambda}}_{12}(t)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\tilde{1}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \{\overset{\circ}{\tilde{1}}\}^{(\tilde{2}/\tilde{2})} = \{\overset{\circ}{\tilde{\alpha}}_{12}(0) \oplus \overset{\circ}{\tilde{\lambda}}_{12}(0)\} \circ ({}^{N-1}\sqrt{\tilde{1}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \{\overset{\circ}{\tilde{1}}\}^{(\tilde{2}/\tilde{2})} \oplus \\ & \oplus \{ \oplus \ln(\tilde{c}_{1,\sigma} \oplus \tilde{c}_{2,\sigma} \circ t) \ominus \ln \tilde{c}_{1,\sigma} \} \circ i \oplus \{ \oplus \ln(\tilde{c}_{1,\varphi} \oplus \tilde{c}_{2,\varphi} \circ t) \ominus \ln \tilde{c}_{1,\varphi} \} \circ j \oplus \\ & \oplus \{ \oplus \ln(\tilde{c}_{1,\theta} \oplus \tilde{c}_{2,\theta} \circ t) \ominus \ln \tilde{c}_{1,\theta} \} \circ k \oplus \end{aligned} \quad (39),$$

la quale mostra la possibilità di un andamento “temporale” di tipo “differenziato”, che può anche essere ulteriormente “articolato”, attribuendo appropriati valori alle “costanti” che compaiono.

Questo procedimento risolutivo è stato esplicitamente riportato per illustrare che la Soluzione Emergente di Riccati a Feed-Back Ordinale espressa dalla (34), *rappresenta già* la sua Soluzione Generale.

Infatti l’intero procedimento appena presentato come possibile “variante” della Soluzione, è di fatto già “implicito” nella soluzione (34). Basta “articolare” appropriatamente le costanti che in essa vi compaiono.

8. Considerazioni Generali sulla Soluzione di Riccati a Feed-Back Ordinale

La Soluzione Generale appena ottenuta, relativa alla *Seconda Equazione Fondamentale* del Principio di Massima Ordinalità, denominata anche Equazione di Riccati “a Feed-Back Ordinale”, è particolarmente importante perché:

- i) proprio per la sua struttura, rappresenta *la più semplice equazione* in grado di fornire, ciò nondimeno, la descrizione di un *qualsiasi Sistema “Auto-Organizzante”*;
- ii) essa si rivela inoltre non solo come una “Soluzione Emergente”;
- iii) ma, ancor più, come una Soluzione “*Sovra-Emergente*” rispetto alla Soluzione della Prima Equazione Fondamentale, come pure rispetto alle stesse Relazioni d’Armonia;
- iv) in tal senso essa “*perfeziona*” la Formulazione del Principio di Massima Ordinalità
- v) la sua importanza si rivela poi, *ancor più*, per il fatto che è una Soluzione di *tipo “Esplicito”*;
- vi) il che vuol dire che essa consente di descrivere *qualsiasi Sistema “Auto-Organizzante”*, nella sua “Evoluzione” di *Natura Generativa*, qualunque sia il corrispondente numero di elementi di cui esso è costituito. In altre parole, è in grado di descrivere:

- non solo il Sistema Solare, costituito da 11 “corpi”;
- ma anche una Proteina, che può essere costituita perfino da 50.000÷100.000 Amminoacidi;
- fino ad arrivare al caso di una singola Galassia, generalmente costituita da 50÷100 miliardi di stelle;
- e, se lo si vuole, si può andare anche oltre: descrivere per esempio un Ammasso di Galassie.

Il tutto, assumendo sempre come Riferimento Fondamentale l’ “Evoluzione Generativa” di *una sola Coppia* di enti del Sistema, che può essere scelta, peraltro, in modo del tutto arbitrario.

A complemento delle precedenti considerazioni è opportuno ricordare tuttavia che la Soluzione ottenuta sarà generalmente del tipo N.M.Q.. Infatti, come sottolineato al cap. 2, par. 3.6, una qualsiasi Soluzione, ancorché “Emergente”, generalmente manifesta una sua (più o meno marcata) *In-ad-aequatio* rispetto agli “Esiti Emergenti” di carattere Fenomenologico.

Ciò suggerisce di esaminare se (e come) è possibile ottenere una Soluzione “Emergente” dell’Equazione di Riccati che sia caratterizzata da *un più Elevato Livello di Ordinalità*, così da accrescere la sua “*Ad-aequatio*” rispetto ai summenzionati “Esiti Emergenti” di Natura Fenomenologica.

9. L’Equazione di Riccati e la Ricerca di una Soluzione a più Elevata Ordinalità

A tal riguardo si può facilmente riconoscere che l’Equazione (25) ammette anche, come soluzione, l’espressione

$$\tilde{F}(t) = \tilde{c}_1 \oplus \{\tilde{c}_2, t\} \quad (40),$$

la quale, adottando la stessa sostituzione indicata dalla (24.3), conduce alla Soluzione

$$\tilde{\Phi}(t) = \oplus \frac{\tilde{c}_2}{\tilde{c}_1 \oplus \{\tilde{c}_2, t\}} \quad (41).$$

E’ facile allora riscontrare che la (40) è soluzione della (25), come pure la (41) è soluzione della (23.1). A tal fine è sufficiente ricordare che la Derivata Incipiente di un “Duetto” gode della *proprietà distributiva*, e cioè:

$$\frac{\tilde{d}}{\tilde{d}t} \{\tilde{\alpha}(t), \tilde{\beta}(t)\} = \{\overset{\circ}{\tilde{\alpha}}(t), \overset{\circ}{\tilde{\beta}}(t)\} \quad (42).$$

La soluzione (41) comporta allora che la precedente Soluzione (34) conserva la *stessa* struttura generale, che qui ripresentiamo per maggior chiarezza:

$$\{\tilde{r}\} = e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = e^{\{\tilde{B}(t)\}^{\{\tilde{2}/2\}} \circ (\overset{N-1}{\sqrt{\{\tilde{1}\}}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}} \quad (43).$$

La differenza, infatti, si manifesta solo “*interiormente*” al termine $\tilde{B}(t)$ (v. Eq. (34)), in quanto i suoi elementi costitutivi assumono ora la forma

$$\tilde{A}(t) = \{\tilde{\alpha}_{12}(0) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(0)\} \circ (\overset{N-1}{\sqrt{\{\tilde{1}\}}})^{\uparrow\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{2}/2\}} \oplus \ln(\tilde{c}_1 \oplus \{\tilde{c}_2, t\}) \quad (44).$$

Analizzeremo ora più approfonditamente questa Soluzione. Tale analisi si rivelerà infatti particolarmente “feconda”, perché consentirà di evidenziare chiaramente che:

- a) il “*Tempo*” ha una sua specifica “*Natura Generativa*”;
- b) e, correlativamente, i Sistemi “Auto-Organizzanti” sono caratterizzati da un loro particolare e specifico “*Tempo Proprio*”.

A questi due aspetti verranno dedicate, in successione, due distinte “parti” di questa Appendice, per poter poi mostrare, nella parte finale della stessa, come questi concetti svolgano un Ruolo Fondamentale nella Evoluzione Tendenziale dei Sistemi “Auto-Organizzanti” verso la “Massima” Ordinalità.

In tal senso si può allora dire che l’Equazione di Riccati presenta una particolarissima *Valenza Gnoseologica*, perché consente di introdurre (come appena anticipato) alcuni Concetti decisamente Innovativi, come quelli di: “*Tempo Generativo*”, “*Tempo Proprio*”, e quello di “*Ordinalità Evolutiva*”.

Seconda parte: il “Tempo” come Concetto di “Natura Generativa”

10. Introduzione

Tale Concetto “emerge” chiaramente dalla Equazione di Riccati a Feed-Back Ordinale, la quale, oltre alla sua particolare rilevanza per il fatto di fornire sempre una Soluzione Esplicita per un Sistema Auto-Organizzante costituito da un qualsivoglia numero n di enti (v. par. 8, punto vi)), consente di introdurre

alcuni Concetti decisamente Innovativi. Primo fra tutti, il “*Tempo Generativo*”, ovvero, più esplicitamente, il “*Tempo*” come Concetto di “*Natura Generativa*”.

La Soluzione ottenuta, infatti, mette chiaramente in evidenza la profonda *differenza* che esiste fra una Evoluzione formalmente descritta in un *tempo lineare* t (come generalmente avviene nell’Approccio Tradizionale) e l’Evoluzione di un Sistema Auto-Organizzante che, come descritta dalla Equazione di Riccati Ordinale, avviene invece in un “*Tempo Generativo*” che, come vedremo meglio in seguito, e con specifico riferimento ai Sistemi “Auto-Organizzanti”, può più propriamente denominarsi “*Tempo Proprio*” del Sistema.

In realtà la nozione di *Tempo Generativo* è già presente nella definizione stessa di Derivata Incipiente.

Tuttavia acquisisce poi un suo significato ancor più generale nelle soluzioni delle Equazioni Differenziali alle Derivate Incipienti.

Raggiunge tuttavia il suo significato più “pieno” e più “proprio” nelle Soluzioni Emergenti del P. d. M. Ordinalità, se questo è pensato corredato anche delle associate Relazioni d’Armonia e, soprattutto, dell’Equazione di Riccati a Feed-Back Ordinale, che “completa” la Formulazione del P. d. M. Ordinalità. Prima però di esaminare più approfonditamente tale “*Progressione*” del Concetto, iniziamo col presentare (in forma di Introduzione) alcuni Aspetti di carattere Generale, che concorreranno a chiarire ancor meglio la Valenza Gnoseologica del “*Tempo Generativo*”.

10.1 Evoluzione nel *tempo lineare* t ed Evoluzione nel *Tempo Generativo* t . Aspetti Generali

Come già anticipato, la Soluzione Esplicita dell’Equazione di Riccati a Feed-Back Ordinale consente di evidenziare, ancor più chiaramente di quanto già fatto in passato (v. Giannantoni 2007, 2008b), la Differenza che sussiste tra una *evoluzione “dinamica”* in Ambito Tradizionale e una “*Evoluzione Generativa*” in ambito Ordinale.

Tale Differenza, infatti, non è “circoscritta” solo al fatto per cui la prima modalità descrittiva, come diretta conseguenza dei presupposti fondamentali dell’Approccio Tradizionale, è di tipo “causale-necessario-efficiente”. Ma risiede soprattutto nel fatto che l’Approccio Tradizionale, quasi come un “velato” *ulteriore (quarto) presupposto fondamentale*, considera lo svolgersi “dinamico-causale” dei fenomeni in un “*tempo cardinale*” di tipo “*lineare*”, rispetto al fatto che i Processi Generativi Ordinali sono caratterizzati invece, come vedremo, da un “*Tempo*” di “*Natura Generativa*”.

Questo aspetto fondamentale, già anticipato in (Giannantoni 2007, 2008b), può ora essere messo più chiaramente in evidenza considerando alcuni Esempi Ostensivi che, progressivamente, ne metteranno in luce i suoi caratteri essenziali.

A tal fine, come primo Esempio Ostensivo, assumeremo come Processo di Riferimento il “*Protein Folding*” (già richiamato al cap. 5). E questo perché è ora possibile considerare la sua corrispondente “Soluzione Esplicita Emergente”, rispetto al fatto che, in Ambito Tradizionale, il Problema risulta invece praticamente “intrattabile”.

10.2 Il *Protein Folding* Tradizionale e la sua evoluzione in un *tempo “lineare”* t

Al cap. 5 abbiamo visto che il “tempo caratteristico” per l’auto-strutturazione di una Proteina (il cosiddetto processo di *Protein Folding*) è stimato dell’ordine di 10^{-3} secondi. Tale stima è basata, fra l’altro, sui tempi caratteristici delle interazioni atomiche ($\sim 10^{-15}$ secondi). Ciò significa che i codici matematici per la simulazione del processo devono “riprodurre” il comportamento “meccanicistico” della Proteina per un tempo *complessivo* di formazione dell’ordine di 10^{-3} secondi, valutando però le proprietà fisiche (e la *dinamica* corrispondente, di tipo “*causale-necessaria-funzionale*”) di tale sistema ogni 10^{-15} secondi. In altri termini devono calcolare i singoli *processi elementari* per circa 10^{12} volte.

In tal caso ogni “intervallo di tempo” (di volta in volta considerato) è pensato come direttamente “*sommabile*” rispetto a quelli immediatamente precedenti. In altre parole, i vari “intervalli di tempo” sono considerati in termini propriamente “*additivi*”, su una scala del “tempo” che, come presupposto fondamentale, “*fluisce in modo lineare*”.

A ciò occorre aggiungere che, corrispondentemente, anche la “*strumentazione*” adottata per registrare tale evoluzione temporale è, anch’essa, *progettata e realizzata* in modo tale da poter “misurare” variazioni temporali tutte “su basi lineari”.

10.3 Il *Protein Folding Ordinale* come “Auto-Organizzazione” in un *Tempo Generativo*

In questo caso il *Processo Formale* di Auto-Strutturazione della Proteina “Emerge” direttamente come *Soluzione Esplicita* dalla Equazione Fondamentale di Riccati (a Feed-Back Ordinale) e, proprio per questo, il “Tempo di Auto-Strutturazione”, di *Natura Ordinale*, può risultare “diverso” (in generale inferiore) rispetto al caso precedente (dell’ordine di 10^{-3} secondi).

E questo avviene perché i Processi “Generativi”, diversamente dai processi concepiti come puri “meccanismi”, non “evolvono” secondo un tempo “lineare”, ma “Evolvono” invece (come vedremo) in un *Tempo Generativo* t che, per brevità di terminologia (ma anche per una più chiara distinzione

semantica) possiamo semplicemente denominare come *Tempo* t .

Il *fondamento di tale differenza* era già presente nelle riflessioni svolte al riguardo in (Giannantoni, 2002, 2006b, cap. 11), con riferimento alla Definizione di “Derivata Incipiente” e al correlativo concetto di Tempo inteso come *Intensio*.

Possiamo allora riprendere quelle considerazioni con la specifica finalità di mettere in maggior evidenza le *reciproche differenze* fra i due concetti di “Tempo”, anche attraverso le loro rispettive rappresentazioni in *termini formali*.

10.4 Il Tempo Generativo t a livello Linguistico-Logico-Gnoseologico

Come possibile introduzione al tema (di carattere squisitamente matematico-formale) possiamo ricordare che “Nel Dicembre 1907, Minkowski presenta alla Società Scientifica di Gottinga un articolo sulle equazioni fondamentali dell’elettromagnetismo, nel quale la Relatività viene illustrata già completamente rivestita di una veste matematica formale, a costituire il fondamento di uno “spazio-tempo” come una varietà 4-dimensionale non-euclidea con un ben preciso gruppo di isometrie che rende invarianti le equazioni di Maxwell, e quindi la velocità della luce.” (Bartocci, 2005) (*ndr*, la parte finale della citazione è stata da noi intenzionalmente evidenziata con un diverso carattere).

Con ciò si intende semplicemente evidenziare che, sin dal principio, la concezione del tempo è stata intesa in termini del tutto equi-valenti alle altre tradizionali coordinate spaziali. *Il tempo è stato pertanto immediatamente “geometrizzato” e, per ciò stesso, “ridotto” a puro parametro quantitativo.*

A fronte di questa interpretazione, tenendo anche conto di quanto già anticipato in (Giannantoni 2002, 2006b), intendiamo ora introdurre i mezzi linguistici più adeguati per una *rappresentazione formale* del concetto di *Tempo Generativo*, in aderenza a quanto già in precedenza sinteticamente delineato.

Questo processo di formalizzazione costituirà, a sua volta, un valido ausilio (come Feed-Back Ordinale di

natura Linguistica) per poter esaminare anche le possibili *analogie* tra il concetto di *Tempo Generativo* t , inteso a *Livello Gnoseologico* e, corrispondentemente, il suo significato a *Livello Fenomenologico*. Proprio perché la *Fenomenologia*, così come è intesa in questo lavoro, è di Natura essenzialmente *Generativa* (come suggerisce anche la stessa etimologia del termine “*Phy-sica*”).

10.5 Il Tempo Generativo nella Definizione Formale di Derivata “Incipiente”

Iniziamo dunque, in questo paragrafo, col riprendere, e circostanziare meglio (in particolare da un punto di vista formale), i concetti già esposti in precedenti lavori, e richiamati anche in Appendice 4.

Il concetto di *Tempo Generativo*, infatti, si può dire che è già presente nella *Definizione Formale* di Derivata Incipiente. Il Tempo che in essa vi compare, infatti, è di Natura sostanzialmente diversa dal concetto di “tempo lineare”, tipico dell’Approccio Tradizionale. E ciò risulta abbastanza chiaramente da alcuni suoi caratteri specifici che possiamo qui sinteticamente richiamare:

i) il Tempo t che compare nella la definizione di Derivata Incipiente (*ib.*), infatti, è inteso come qualcosa “di più” di un semplice parametro scalare, perché sta a rappresentare la “registrazione” di un fenomeno evolutivo di *Natura Generativa*;

ii) questo “di più”, infatti, è chiaramente suggerito dal fatto che esso compare, *formalmente*, “a valle” del concetto di *Limite Sorgivo* (*ib.*);

iii) ed è ulteriormente confermato” dalla adozione della notazione “ $0 \rightarrow 0^+$ ”, intesa questa come *notazione di carattere “evolutivo”*;

Perciò il “*Tempo*” che compare nella Definizione di Derivata Incipiente, caratterizzato (almeno preliminarmente) dagli aspetti appena richiamati, potrebbe già essere rappresentato con il simbolo t .

Questo simbolo, infatti, oltre ad essere un valido ausilio “mnemonico”, consente anche di sottolineare, più esplicitamente, che la tradizionale *rappresentazione del “tempo” come scalare* (talvolta addirittura come puro *parametro geometrico*, come avviene nella Relatività Generale), è una assunzione fortemente *riduttiva* rispetto al concetto precedentemente esposto.

Nell’Approccio Tradizionale, infatti, gli si attribuisce (aprioristicamente) una *uniformità di tipo quantitativo*, quando in realtà il “*Tempo*” manifesta invece un *carattere “sorgivo”*. Esso rappresenta infatti una sorta di “*dis-continuità*” che si origina da un “*dis-equilibrio sorgivo che è interiore al Processo considerato*”. E perciò si può dire che “ogni istante è un istante sorgivo” (*ib.*, cap. 11).

Tutto ciò non avviene, evidentemente, nel concetto di *derivata tradizionale*, la quale implica *necessariamente* (a livello Logico) non solo il concetto di *continuità*, ma anche quello di *regolarità* (v. p. es. la necessaria esistenza di entrambe le derivate “sinistra” e “destra” fra loro esattamente uguali).

Dopo questa sintetica premessa, passiamo a considerare, allora, in modo più circostanziato, gli aspetti caratteristici del *Tempo Generativo* \tilde{t} , così come essi “mergono” già a livello di *Definizione Formale* di Derivata Incipiente:

i) la **definizione formale di Derivata “Incipiente”**, di ordine \tilde{n} , può essere allora più appropriatamente caratterizzata dalla sostituzione del “tempo t ”, ovunque questo in essa vi compaia, con la notazione \tilde{t} . Cioè lo stesso simbolo di “tempo” t , precedentemente adottato, caratterizzato però ora da una “tilde”:

$$\left(\frac{\tilde{d}}{\tilde{d}\tilde{t}}\right)^{\tilde{n}} \tilde{f}(\tilde{t}) = \lim_{\tilde{\Delta t}:0 \rightarrow 0^+} \cdot \left\{ \frac{\tilde{\delta}-1}{\tilde{\Delta t}} \right\}^{\tilde{n}} \cdot \tilde{f}(\tilde{t}) \quad (45)$$

ii) dove il **simbolo** $\tilde{\delta}$ è da intendersi ora come “il Generatore” di un “dis-equilibrio” nella Relazione $\tilde{f}(\tilde{t})$, quale argomento della Definizione (45). E cioè:

$$\tilde{\delta} \tilde{f}(\tilde{t}) = \tilde{f}(\tilde{t} + \tilde{\Delta t}) \quad (46),$$

iii) ove la **variazione** $\tilde{\Delta t}$ ne consente la sua “registrazione evolutiva” in termini temporali;

iv) Il **simbolo** $\tilde{\Delta}$, infatti, ci ricorda che tale registrazione è sempre l’esito di un *Processo Generativo*;

v) il **simbolo** $\tilde{\delta} \tilde{f}(\tilde{t})$, pertanto, esprimerà l’azione generativa da parte del “Generatore” $\tilde{\delta}$ (che è *prioritario* rispetto alla Relazione $\tilde{f}(\tilde{t})$), mentre $\tilde{f}(\tilde{t} + \tilde{\Delta t})$ rappresenta ciò che da esso “si origina”.

vi) Il **simbolo di “aderenza generativa”** “=”^{l→}, poi, esprime il fatto che tale “Esito Generativo” è certamente *qualcosa di nuovo*, cioè un’*“Eccedenza Irriducibile”*, anche se, allo stesso tempo, conserva sempre una sua specifica *fedele aderenza* alle principali caratteristiche genetiche dei suoi “principi” generatori;

vii) cosicché l’**“operazione” di limite**, trascritta ora nella forma $\left(\lim_{\tilde{\Delta t}:0 \rightarrow 0^+}\right)$, è da considerarsi anch’essa

come un *“Generatore” prioritario* rispetto ai generatori che lo seguono nella Eq. (45).

Anche se è pur sempre *“posterior”* rispetto alla vera *operazione primaria*: e cioè quella costituita dal

“passaggio” dal *Tempo* \tilde{t} , inizialmente prescelto come riferimento, al *Tempo* $(\tilde{t} \oplus \tilde{\Delta t})$, inteso come

“esito” di una *traslazione “generativa”* dovuta al “Generatore” $\tilde{\delta}$:

$$\tilde{\delta} \tilde{t} = \tilde{t} \oplus \tilde{\Delta t} \quad (47).$$

Tale Esito è anch’esso, ovviamente, sempre “Eccedente” (in quanto sempre a carattere “Originario”), ma lo è pur sempre nel rispetto della sua *compositività armonica* (indicata da “ \oplus ”) con l’Originalità

Generativa al precedente istante \tilde{t} ;

viii) tale **passaggio** viene più abitualmente rappresentato con il **simbolo** $\tilde{\Delta t}:0 \rightarrow 0^+$, ma è anche direttamente associato al simbolo di Limite, proprio per richiamare il fatto che il *nostro concetto di*

“Limite” è un “concetto-sorgivo”.

Il “Limite”, infatti, rappresenta la “Prospettiva Sorgiva” di ciò che “si origina” in conseguenza di un “dis-equilibrio”, che registriamo semplicemente come “riflesso”, ad un istante immediatamente a valle di un

prescelto istante t di riferimento.

Tale “Disequilibrio”, poi, è quello che, a sua volta, “attiva” la sequenza dei successivi “Generatori”, in perfetta aderenza all’originaria “Prospettiva Sorgiva”;

ix) Proprio per questo l’istante “iniziale” perde il suo carattere meramente “convenzionale”, per diventare un stante “Originario” (dal Latino òrigo = sorgere) (ib. cap. 10). Pertanto anche le (corrispondenti) “condizioni iniziali” non esprimeranno sempre una medesima Ordinalità al variare dell’istante iniziale prescelto, ma esprimeranno sempre quella *specifica* Ordinalità, comunque caratteristica del Processo, quando questo è specificamente considerato a quell’istante “originario”.

Potremmo allora concludere osservando che il concetto “Tempo” precedentemente introdotto, finora denominato *Tempo Generativo*, potrebbe anche denominarsi come *Tempo Intensivo*.

E questo perché, nel suo essere “cifra” di un *dis-equilibrio* a carattere “Originario”, è, per ciò stesso, espressione di una *in-tensio*. Ovvero, di una *tensione in-teriore*.

In altre parole, esso presenta un carattere “Sorgivo” che si manifesta proprio a partire da un *dis-equilibrio* del Processo, *nel Tempo*, e cioè come *specifica manifestazione* di una “tensione”, che è *interiore* al Processo stesso. Cioè, della sua *Sorgività nel Tempo*.

Tale concetto di “Tempo” è stato *preliminarmente* illustrato attraverso i caratteri fondamentali della Derivazione “Incipiente”, proprio perché questa non è altro che l’*espressione formale* in grado di rappresentare il *Carattere Sorgivo* di un Processo.

Nei paragrafi successivi, tuttavia, cercheremo di illustrare il concetto di “Tempo Generativo” a partire anche da altre prospettive. Come, ad esempio, quella delle Equazioni Differenziali alle “Derivate Incipienti”. E questo perché (come precedentemente illustrato), la *Derivata Incipiente* consente di

rappresentare la *Generatività* di un Processo Auto-Organizzante, che si origina da un *dis-equilibrio* in t , *interiore* al Processo stesso.

10.6 Il “Tempo Generativo” nelle Equazioni Differenziali alle “Derivate Incipienti”

Quanto precedentemente esposto si ripropone ovviamente in *qualsiasi equazione differenziale* nelle “Derivate Incipienti”, come aderente conseguenza delle proprietà sopra illustrate.

In tal caso, però, il “Fenomeno Generativo” appare molto più evidente, in quanto tutte le equazioni differenziali di questo tipo hanno *sempre una soluzione esplicita*. Cosa che non avviene, in generale, per le equazioni differenziali nelle derivate ordinarie. Ciò tuttavia non consente un *confronto* “più diretto” fra i due casi, perché questo “confronto” andrebbe condotto con la corrispondenti “soluzioni esplicite”. Cosa che, in realtà, si riscontra solo in rarissimi casi, perché, come sappiamo, nel caso delle equazioni differenziali alle derivate ordinarie, in generale si dispone solo di una soluzione ottenuta con metodi “numerici”.

Tenuto conto di questa premessa, al fine di rendere più facile (ma anche più chiaro) il concetto che intendiamo evidenziare, invece di operare un confronto fra una equazione differenziale tradizionale e la corrispondente equazione nelle derivate incipienti, si può adottare come esempio Ostensivo quello già considerato in Appendice 1, riguardante *la stima* dei futuri “*mutamenti climatici*”, che è ottenuta sulla base di due distinti Sviluppi in Serie di Taylor: il primo di tipo tradizionale e l’altro di tipo “incipiente”.

In quella occasione abbiamo visto che se considerano gli Sviluppi di Taylor, rispettivamente di tipo Tradizionale e di tipo Incipiente, riferiti allo *stesso output* di un dato modello matematico, si possono avere due andamenti sostanzialmente diversi. Mentre infatti le Equazioni (12) e (13) (di Appendice 1) forniscono rispettivamente gli Sviluppi di Taylor di tipo Tradizionale e di tipo Incipiente, relativi all’output del Sistema considerato, supposto rappresentato nella forma esponenziale $e^{\alpha(t)}$

$$f(t_0 + \Delta t) = e^{\alpha(t_0 + \Delta t)} = e^{\alpha(t_0)} + e^{\alpha(t_0)} \cdot \dot{\alpha}(t_0) \cdot \frac{\Delta t}{1!} + \sum_{k=2}^n \left[\frac{d^k e^{\alpha(t)}}{dt^k} \right]_{t_0} \cdot \frac{\Delta t^k}{k!} \quad ((12), \text{App.1})$$

$$\tilde{f}(t_0 + \Delta t) = e^{\alpha(t_0 + \Delta t)} = e^{\alpha(t_0)} + e^{\alpha(t_0)} \cdot \overset{\circ}{\alpha}(t_0) \cdot \frac{\Delta t}{1!} + e^{\alpha(t_0)} \sum_{k=2}^n [\overset{\circ}{\alpha}(t_0)]^k \cdot \frac{\Delta t^k}{k!} \quad ((13), \text{App.1}),$$

in Fig. 2a), e 2b) (ib.) sono rappresentati i due possibili andamenti corrispondenti, i quali mostrano che:
a) se l'output considerato presenta una "concavità" verso l'alto, lo Sviluppo Tradizionale tende a "sottostimare" l'andamento Incipiente:
b) avviene invece il contrario se l'output considerato presenta una "concavità" verso il basso

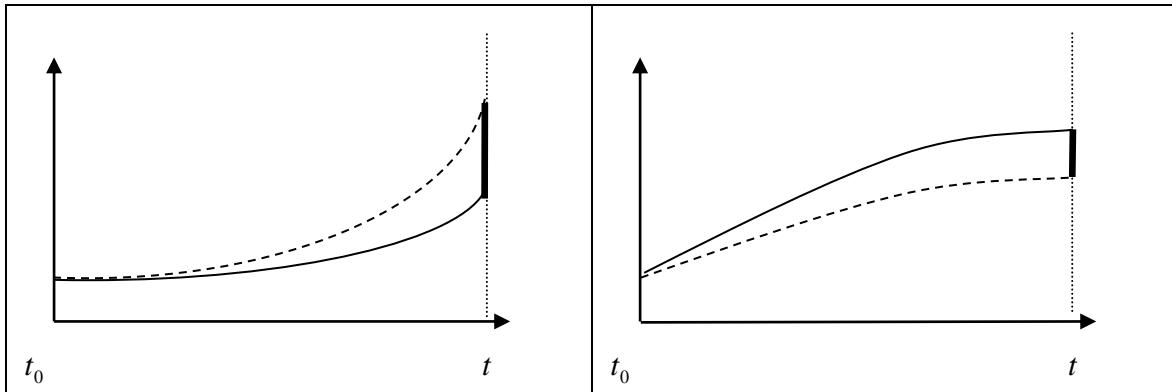


Figure 2a) e 2b) - Sottostima/sovrastima tra lo Sviluppo di Taylor Tradizionale e quello di Taylor Incipiente

Questi diversi andamenti divengono facilmente comprensibili se si tiene conto che:

- i) mentre nella Eq. (12) la derivata tradizionale che compare al generico ordine k è sempre la conseguenza "necessaria" della derivata immediatamente precedente, cioè quella di ordine $k-1$;
- ii) nel caso della Eq. (13), invece, ogni derivata, di qualunque ordine essa sia, è sempre una derivata che può definirsi "a titolo originario". Infatti ogni "Derivata Incipiente" si ottiene sempre a partire dalla Relazione fondamentale di partenza, e cioè $e^{\alpha(t)}$, che rappresenta l'output del Sistema.

Quanto appena illustrato è sostanzialmente fondato sulla diversa struttura specifica della derivata tradizionale di ordine n , rispetto alla Derivata Incipiente dello stesso ordine n , così come indicato in Tab. 2 dell'Appendice 1, qui sotto riprodotta

Tab. 2 - Differenza fra le derivate tradizionali di ordine n e quelle incipienti dello stesso ordine n

<p style="text-align: center;"><i>Traditional</i> Differential Calculus (Faà di Bruno's formula)</p> $\left(\frac{d}{dt}\right)^n e^{\alpha(t)} = e^{\alpha(t)} \cdot [\dot{\alpha}(t)]^n + e^{\alpha(t)} \cdot \psi[\ddot{\alpha}(t), \ddot{\alpha}(t), \dots, \alpha^{(n)}(t)] \quad (14)$	<p style="text-align: center;"><i>Incipient</i> Differential Calculus</p> $\left(\frac{\tilde{d}}{\tilde{d}t}\right)^n e^{\alpha(t)} = e^{\alpha(t)} \cdot [\dot{\alpha}(t)]^n \quad (15)$
--	--

Quanto appena esposto, tuttavia, non illustra ancora la differenza fondamentale fra *tempo lineare* e *Tempo Generativo*, anche se ne rappresenta una diretta conseguenza.

E questo perché la finalità principale dell'esempio appena richiamato era quella di sottolineare il "drift" esistente fra i due diversi andamenti (esattamente come abbiamo fatto in Appendice 1), e proprio per questo abbiamo (comunque) operato il confronto fra i vari andamenti, considerandoli tutti riferiti ad "uno stesso tempo t " e, più precisamente, ad un tempo di "tipo lineare".

Ciò in realtà si è reso possibile solo perché nello Sviluppo di Taylor Incipiente (v. Eq. (13)) abbiamo "filtrato" (o meglio, "ridotto") tutti i pertinenti caratteri di "Ordinalità" che sono propri di tale Sviluppo, al fine di facilitare il confronto con uno Sviluppo di Taylor essenzialmente di tipo "cardinale".

Se pertanto si intende mettere in evidenza "qualcosa di più" e, in particolare, la Differenza fra il "tempo lineare" e il "Tempo Generativo", occorre considerare lo Sviluppo di Taylor "Incipiente" nella sua forma più generale, e cioè, come

$$\tilde{f}(\tilde{t}_0 \oplus \tilde{\Delta t}) = e^{\tilde{\alpha}(\tilde{t}_0 \oplus \tilde{\Delta t})} = e^{\tilde{\alpha}(\tilde{t}_0)} \oplus e^{\tilde{\alpha}(\tilde{t}_0)} \circ \tilde{\alpha}(\tilde{t}_0) \circ \frac{\tilde{\Delta t}}{1!} \oplus e^{\tilde{\alpha}(\tilde{t}_0)} \circ \sum_{k=2}^n [\tilde{\alpha}(\tilde{t}_0)]^k \circ \frac{(\tilde{\Delta t})^k}{k!} \quad (48).$$

In questa *Relazione Ordinale*, infatti, il Tempo $\tilde{\Delta t}$ già mostra alcuni caratteri fondamentali che ritroveremo anche in seguito, e precisamente quando considereremo il vero e proprio significato del “Tempo Proprio” dei Sistemi “Auto-Organizzanti”. In particolare:

i) mentre nello Sviluppo di Taylor Tradizionale il “tempo” si evolve in termini “lineari”, esattamente come diretto “riflesso” del processo “meccanicistico-necessario” che esso si propone di descrivere;
 ii) nel caso dello Sviluppo di Taylor Incipiente, invece, il corrispondente “Tempo” che in esso vi compare, già riflette l’*Evoluzione Generativa* del Processo che esso intende descrivere, proprio perché lo Sviluppo si rinnova, in termini generativi, in corrispondenza di ogni derivazione, ciascuna delle quali, infatti, è a titolo originario;

iii) lo Sviluppo (48), inoltre, è trascritto con il simbolo “ \oplus ” perché tale Sviluppo non rappresenta una semplice “somma” (algebrica), ma una *Composizione Ordinale di successive Derivate, tutte fra loro Armoniche*, in quanto tutte a titolo originario;

iv) la *Relazione* appare comunque particolarmente interessante perché, anche se per ipotesi riduciamo il

Tempo $\tilde{\Delta t}$ ad un semplice valore “cardinale”, e lo assumiamo pari al tempo Δt che compare nella (12),

la struttura delle varie Relazioni Ordinali a *n*-etto, del tipo $\tilde{\Delta t}, (\tilde{\Delta t})^2, (\tilde{\Delta t})^3, \dots, (\tilde{\Delta t})^k$, darebbero sempre significativi contributi di “drift”, del tutto comparabili con quelli mostrati dalla (13));

v) tuttavia la *novità fondamentale* (e qui iniziamo ad avvicinarci al concetto di *Tempo Proprio*) è che il

Tempo $\tilde{\Delta t}$ è un concetto “interiore” allo Sviluppo Ordinale (48), e non può essere direttamente “confrontato” con il *tempo lineare* Δt di uno Sviluppo di Taylor Tradizionale, se non (come abbiamo fatto in precedenza, per semplicità) a valle di una “operazione di riduzione” del pertinente livello di Ordinalità.

In altre parole, per mostrare il concetto (e il significato) del “Tempo Generativo” non dobbiamo mai “ridurre” il livello di Ordinalità delle espressioni che indicano una “evoluzione temporale”.

Quanto appena esposto consente di introdurre allora il concetto di *Tempo Proprio* attraverso la considerazione della “Evoluzione Generativa” dei Sistemi Auto-Organizzanti. *E questo perché, come vedremo, il Tempo Proprio è essenzialmente il Tempo Specifico che caratterizza i Sistemi Auto-Organizzanti*, come Sistemi che manifestano sempre una *Qualità*, intesa come una “Eccedenza Irriducibile”.

Terza parte: il “Tempo Proprio” dei Sistemi Auto-Organizzanti

11. Dal Tempo Generativo al “Tempo Proprio”, caratteristico dei Sistemi Auto-Organizzanti

Nel caso dei Sistemi “Auto-Organizzanti,” il *Tempo Generativo* \tilde{t} , precedentemente considerato, diviene una *caratteristica fondamentale*, di natura propriamente “costitutiva” di tali Sistemi e, per distinguerlo dal precedente, può essere pertanto denominato “Tempo Proprio”. E questo perché è ora definito dalle rispettive *Soluzioni Emergenti*, fondate sul P. d. M. Ordinalità, con le associate Relazioni d’Armonia e, soprattutto, le corrispondenti Soluzioni delle Equazioni di Riccati a Feed-Back Ordinale (relative ai vari Sistemi di volta in volta considerati), le quali forniscono sempre una Soluzione Esplicita in termini Generativi Evolutivi.

Tali “*Soluzioni Emergenti*”, infatti, come già sappiamo, manifestano sempre una *Eccedenza di Informazione* rispetto alla informazione corrispondente all’iniziale formulazione del Problema.

Qualcosa del genere avviene anche per il concetto di “Tempo”, che si manifesta ora come un “Riflesso” della Evoluzione Generativa di Natura Sovra-Ordinale, e quindi, si manifesta anch’esso come una “Eccedenza” non direttamente riducibile al tradizionale concetto di “tempo lineare t ”.

E ciò perché a livello descrittivo non si considera più una “unità di misura”, definita “a priori”, rispetto alla quale operare poi, con un metodo anch’esso *pre-definito*, il “confronto” (ovvero la “misura”) di tipo sperimentale.

Nell’Approccio Ordinale, infatti, il vero “*termine a priori*” è la “Qualità”, intesa come una “Eccedenza Irriducibile”. E pertanto tutta l’attenzione è persistentemente rivolta alla scelta del Metodo più “appropriato” per Descriverla nel miglior modo possibile (ancorché sempre N.M.Q.). Pertanto, tutte le

Relazioni (o le Entità) che “emergono” da tale Descrizione (e correlativa “Soluzione Emergente”), sono tutte di *Natura Ordinale*. E questo avviene *anche* per il “Tempo”. Infatti, il “Tempo” che “emerge” p. es. dall’Equazione di Riccati ha una “Dimensione Ordinale” (o meglio, “Sovra-Ordinale”), e pertanto, in perfetta analogia con le varie altre Entità Topologiche della Soluzione, non è direttamente “riducibile” ad un concetto di “tempo lineare” (definito a priori).

A tal fine è sufficiente considerare l’Eq. (44), la quale, per quanto detto in precedenza sul *Tempo Generativo*, andrebbe preliminarmente riscritta, più appropriatamente, con il simbolo \tilde{t} , per indicare appunto il “Tempo Generativo”

$$\tilde{A}(\tilde{t}) = \{\tilde{\alpha}_{12}(0) \oplus \tilde{\lambda}_{12}(0)\} \circ \left(\overset{N-1}{\sqrt{\{1\}}} \uparrow_{\{\tilde{N}/\tilde{N}\}}^{\{\tilde{N}/\tilde{N}\}} \right)^{(2/2)} \oplus \ln(\tilde{c}_1 \oplus \{\tilde{c}_2, \tilde{t}\}) \quad (44),$$

per riconoscere poi facilmente che a secondo membro della stessa, compare il termine

$$\{\tilde{c}_2, \tilde{t}\} \quad (49)$$

Il quale mostra che in esso il “Tempo” vi compare non solo come “Tempo Generativo” (come in precedenza illustrato), ma come un “elemento” di una *Relazione a “Duetto”*. Aspetto questo che “accentua” il Carattere Generativo del Sistema descritto, perché la Relazione (49) rappresenta qualcosa di “ben più” che una semplice “Composizione” (\oplus) o un semplice “Prodotto” (\circ). In tal senso, la Relazione (49) caratterizza il Sistema in modo “*esclusivo*” e “*irripetibile*”, con particolare riferimento alla *Ordinalità Specifica* del Sistema di volta in volta considerato. E ciò non più (solo) perché:

- i) ogni Sistema è caratterizzato da una sua Generatività Specifica (rispettivamente, come Sistema “non-vivente”, “Vivente”, “Cosciente”);
- ii) o per il fatto di essere costituito da uno specifico numero N di elementi (variabile per ogni Sistema);
- iii) ma per il fatto, ancor più specifico, che la (49) “*accentua*” il Carattere Generativo della (44), in cui essa compare;
- iv) e questa, a sua volta, “*amplifica*” il Carattere Generativo della (33);
- v) la quale è direttamente presente nella Soluzione Esplicita dell’Equazione di Riccati a Feed-Back Ordinale, che descrive l’*Evoluzione Generativa* del Sistema in considerazione;
- vi) senza contare che la (49) è *ovviamente diversa per ogni Sistema* considerato, in particolare perché la “*grandezza*” Ordinale \tilde{c}_2 (che in essa vi compare) rappresenta le specifiche *Condizioni Originarie e di Habitat* (variabili per ogni Sistema);
- vii) le quali intervengono anche nelle *Relazioni di Armonia*, che sono direttamente associate (in termini Generativi) alla Matrioska Fondamentale del Sistema (v. Appendice 5).

Quanto appena esposto suggerisce allora di esaminare se questa “*Sovra-Eccedenza Generativa*”, “*esclusiva*” e “*irripetibile*”, oltre che caratteristica di ogni Sistema considerato, non *rinvii* in qualche modo ad un Concetto di “Generatività” ancor *più Generale* di quello della semplice “Generatività Specifica” precedentemente introdotto in relazione ai Sistemi “non-viventi”, “Viventi”, “Coscienti”;

A tal fine, è opportuno esaminare tale quesito in due momenti successivi. E cioè:

- a) esaminare dapprima quale Relazione sussiste tra la (ben nota) *Generatività Specifica* e il Concetto di “*Tempo Generativo*”, introdotto nella *Seconda parte* di questa Appendice;
- b) vedere poi che cosa è in grado di suggerire tale (supposta) Relazione, nel momento stesso in cui il “Tempo Generativo” (di cui al punto a)), viene più propriamente riconosciuto come “*Tempo Proprio*” di un Sistema “Auto-Organizzante”, è cioè un “*Tempo Rivelativo*” di una “*Sovra-Eccedenza Generativa*”.

12. Il Tempo Generativo come “Cifra” della Generatività Specifica

Per illustrare meglio la possibile Relazione fra questi Concetti, è opportuno evidenziare preliminarmente alcuni aspetti che ne possono facilitare la comprensione:

- i) come già accennato, il “Tempo” che compare nel P. d. M. Ordinalità, nelle Relazioni d’Armonia e, poi, nell’Equazione di Riccati Ordinale, ha la *Stessa Natura Ordinale* delle Proprietà Topologiche $\{\tilde{\sigma}, \tilde{\varphi}, \tilde{\vartheta}\}$ che definiscono lo *Spazio Proprio* del Sistema, $\{\tilde{r}\}_s = \{e^{\tilde{\alpha}(t)}\} = \{e^{\{\tilde{\sigma}, \tilde{\varphi}, \tilde{\vartheta}\}}\}$, che è poi quello che compare nella formulazione del Principio di Massima Ordinalità (v. cap. 2 ed anche Appendice 11);

ii) un altro modo, ancor più generale, per illustrare tale concetto, è quello di riprendere la Definizione di *Generatività Specifica*, p. es. quella dei Sistemi “non-viventi” (ma il discorso è comunque valido anche per i Sistemi “Viventi” come pure per quelli “Coscienti”) per sottolineare che:

- anche se tale Generatività è stata in precedenza sempre trascritta (per sole ragioni di semplicità) con il simbolo t , e cioè senza la caratterizzazione della “tilde”, in realtà la *Generatività Specifica* andrebbe

sempre trascritta con il *Tempo Generativo* \tilde{t} , per sottolineare proprio, come nel caso di $\{\tilde{\sigma}, \tilde{\varphi}, \tilde{\mathcal{A}}\}$, la *Natura Generativa Ordinale* del Concetto;

iii) tale notazione, infatti, sicuramente più “completa” (e anche più “aderente”), consente di evidenziare ancor più chiaramente che, anche al solo livello di Formulazione del Principio di Massima Ordinalità (come qui di seguito riproposta)

$$\left(\frac{\tilde{d}}{\tilde{d}\tilde{t}}\right)_{\wedge}^{\{2/2\}\uparrow\{N/N\}} e^{\{\tilde{\alpha}(t)\}} = \{\tilde{0}\} \quad (50)$$

a) la presenza del Tempo \tilde{t} (con la tilde) a “denominatore” della Generatività

b) proprio a ragione della la “*sottolineatura*” che abbiamo introdotto nella notazione ivi adottata, al fine di indicare in tal modo il Concetto di “*Unum*”

c) manifesta che il Tempo \tilde{t} può essere visto come la “*Cifra*” della stessa Generatività (intesa sempre, e propriamente, come *Unum*);

d) e ciò perché tale Tempo \tilde{t} , posto a “denominatore”, viene a caratterizzare proprio, insieme all’espressione che compare a “numeratore”, il Concetto di *Generatività intesa come Unum*;

e) si può allora affermare che il Tempo \tilde{t} (che compare nella (50)) può essere visto come “*Cifra*” della “Generatività”, in quanto concorre a descrivere un Processo Evolutivo, caratterizzato da una specifica Ordinalità, la quale poi è la stessa Ordinalità che propriamente afferisce non solo alla Generatività in sé,

ma anche al Tempo \tilde{t} , che compare nella espressione della Generatività intesa come Unum. Tale Ordinalità, infatti, caratterizza *tutta* la Generatività nel suo insieme (sia la livello del “numeratore” che del “denominatore”);

f) ed è proprio questa caratteristica di essere un *Tempo Generativo* quella che suggerisce di esaminare, nella stessa Prospettiva, anche il “*Tempo Proprio*” (denominato anche *Tempus* \tilde{t}).

13. Il “*Tempo Proprio*” come “*Cifra*” di un più Generale Concetto di “Generatività”

Le considerazioni che svolgeremo in questo paragrafo non sono solo ad integrazione di quanto già esposto in precedenza, ma sono *soprattutto* finalizzate a evidenziare le “Originali” *Novità*, rispetto all’Approccio Scientifico Tradizionale, che vengono “introdotte”, in particolare, dal Concetto di “*Tempo Proprio*” dei Sistemi Auto-Organizzanti. Infatti:

i) l’Esempio “Ostensivo” sulla Differenza fra il tempo “lineare” t e il “*Tempo Proprio*” (o *Tempus* \tilde{t}), messa in evidenza a partire dalla Soluzione “Emergente” di Riccati Ordinale (v. par.11), si presenta come un Aspetto indubbiamente “*Fascinoso*”. In grado anche di suscitare, forse, un certo “*Stupore*”.

Come tale, pertanto, costituisce certamente un *elemento propriamente qualificante* della Nuova Prospettiva Scientifica;

ii) E ciò si manifesta *già* nel semplice fatto che, a *livello formale più elementare*, tutte le Equazioni di Natura Ordinale che caratterizzano il P. d. M. Ordinalità, a partire ovviamente dalla sua Equazione Fondamentale, incluse quindi anche le Relazioni d’Armonia ed, infine, l’Equazione di Riccati a Feed-Back Ordinale, anche se generalmente trascritte nel tempo t (come abitualmente abbiamo fatto nei capitoli

precedenti), andrebbero in realtà sempre pensate trascritte nella forma del *Tempus* \tilde{t} . E questo perché, nel loro insieme, rappresentano *Processi Generativi* che si “*Evolvono*” in un *Tempo Proprio*, specifico di ciascun Sistema considerato;

iii) in altri termini, le Equazioni Ordinali precedentemente ricordate si possono sempre continuare a scrivere e risolvere formalmente (per ragioni di semplicità) nel tempo t , ma è fondamentale *poi* che la loro

interpretazione finale avvenga comunque (e sempre) nei termini del *Tempus* \tilde{t} ;

iv) ciò diviene ancor più vero se si tiene conto del fatto che il \tilde{t} è una “Sovra-Ostensione” del “Tempo Generativo” che compare nella espressione formale di *Tutte le Generatività Specifiche*, pur nella loro differente Formulazione, cioè con riferimento ai diversi Sistemi “Auto-Organizzanti”: “non-viventi”, “Viventi”, “Coscienti”;

v) ciò consente anche di “anticipare” (ma lo vedremo meglio nel capitolo conclusivo di questo lavoro)

una *specifica* interpretazione Fenomenologica del \tilde{t} : cioè come “Cifra” di una “Generatività di carattere più Generale”, quasi “Soggiacente” alle varie *Generatività Specifiche* finora incontrate;

vi) in tal caso, tenuto conto che i Sistemi Auto-Organizzanti manifestano sempre una “Eccedenza” di

Qualità, il \tilde{t} potrebbe “intendersi” anche come un “Tempo di Qualità”. Cioè *quel* “Tempo” che “scandisce” e, nel contempo, “Guida”, l’Evoluzione Ordinale di un Sistema “Auto-Organizzante”;

vii) Ma ciò vorrebbe anche dire che un Sistema “Auto-Organizzante”, a partire dalle Condizioni Originarie (incluse le condizioni di Habitat), tende ad “Evolgere” Generativamente verso la sua *Massima*

Ordinalità secondo un \tilde{t} , in quanto è questo il suo *specifico* “Tempo Proprio”. Il quale non è certo un “tempo di natura lineare”;

viii) ciò rivelerebbe anche, e ancor più chiaramente, che la *Generatività Specifica* di un Sistema ha un carattere “Diffusivo” all’*Interno del Sistema stesso*: essa cioè non si manifesta solo al livello di Sistema come *Unum*, ma anche al livello dei singoli “enti” costitutivi. E questo perché l’Evoluzione di ciascuno

di essi, “animato” dallo stesso \tilde{t} , verrebbe sempre “Relazionato”, in *Perfetta Armonia Generativa*, con Tutto il Sistema *Auto-Organizzante* inteso come *Unum*;

ix) questo concetto può essere ulteriormente sottolineato attraverso una più accurata *caratterizzazione* di alcuni aspetti (in parte) già anticipati. E precisamente:

a) il simbolo $(\tilde{d}/\tilde{d}\tilde{t})$ che compare nelle varie Formulazioni della *Generatività Specifica*, e che ora è propriamente inteso come \tilde{t} , non va inteso come “interiore” ad un “rapporto di quantità” (come avviene invece nella definizione della derivata tradizionale (d/dt)). Tanto meno, poi, può essere riferito a variazioni temporali dt “misurate” con riferimento ad un tempo “lineare”;

b) il simbolo $(\tilde{d}/\tilde{d}\tilde{t})$, infatti, va propriamente inteso come la “variazione *Interiore* alla *Generatività Specifica*, di cui la variazione del \tilde{t} ” ne costituisce, appunto, l’*Origine*.

La *Generatività Specifica*, infatti, pur caratterizzata da una Propria *Ordinalità*, ma anche da una specifica tipologia in relazione ai vari Sistemi (“non-viventi”, “Viventi”, “Coscienti”), darà *Origine* a quella

“Eccedenza Generativa” che è esattamente corrispondente alla “Eccedenza” $(\tilde{d}\tilde{t})$ del \tilde{t} , proprio perché (come indica la *sottolineatura* nel simbolo adottato) tale “Eccedenza Generativa” costituisce un

Tutt’Uno con il \tilde{t} e con la sua “Eccedenza Generativa” $\tilde{d}\tilde{t}$;

x) ciò consente inoltre di affermare che, mentre le Soluzioni Ordinali “Emergenti” (come la Soluzione dell’Equazione Fondamentale del P. d. M. *Ordinalità* e le associate Relazioni d’Armonia) si presentano

sempre come Soluzioni *Esplicite perché formulate e risolte* nel loro *specifico Tempo Generativo* \tilde{t} , la Soluzione dell’Equazione Ordinale di Riccati si presenta *ancora* in forma *Esplicita*, ma *nello specifico*

“Tempo Proprio” del Sistema considerato (ovvero nel \tilde{t}).

Cosa che non avviene nelle equazioni differenziali formulate nella derivata tradizionale, le quali risultano generalmente insolubili “in forma esplicita”, talvolta anche “intrattabili” e, comunque, generalmente caratterizzate da un “drift”.

14. Sintesi degli Aspetti Fondamentali caratteristici del “Tempo Proprio”

Quanto finora anticipato si può sinteticamente riassumere affermando che:

a) la caratteristica principale della Equazione di Riccati a Feed-Back Ordinale, che descrive formalmente l’Auto-Organizzazione di un Sistema nella sua *Sovra-Ordinalità*, non è solo (e soltanto) l’Equazione che fornisce una Soluzione Emergente che è *sempre Esplicita*, qualunque sia il numero di “enti” considerato;

b) ma è soprattutto l'Equazione che descrive l'*Evoluzione Generativa* del Sistema nel suo *Tempo Proprio*, cioè *specifico* del Sistema considerato.

Ciò vuol dire che il Sistema viene certamente descritto con la sua *Generatività Specifica* e la sua *Ordinalità*, cioè secondo le sue Proprietà Essenziali che lo Auto-Organizzano come *Sistema Unum*, ma viene contestualmente descritto, appunto, *nel suo "Tempo Proprio"*, che è diverso da quello di *qualsiasi* altro Sistema "Auto-Organizzante" si volesse considerare;

c) ciò vuol dire anche che, se un Processo "*Evolve*" *Generativamente* secondo un suo specifico "*Tempo Proprio*", di *Natura Ordinale*, non può essere *direttamente* "commisurato" con una evoluzione descritta invece secondo un tempo "lineare".

Possiamo allora affermare che l' "Aspetto" più importante della *Nuova Prospettiva* non è tanto la Soluzione Esplicita dell'Equazione di Riccati a Feed-Back Ordinale, quanto piuttosto la "*Rivelazione*" di "*Tempo Proprio*", *Specifico di ciascun Processo*.

Il che non fa altro che riaffermare il concetto di *Unicità* e *Irripetibilità* di ciascun Sistema, anche (e soprattutto) a ragione del suo *Tempo Proprio*.

Possiamo allora aggiungere che:

d) La Soluzione Esplicita nel "*Tempo Proprio*" è una Soluzione *Ordinale* non solo con riferimento alla

Topologia (rappresentata dalla variabili $\{\tilde{\sigma}, \tilde{\varphi}, \tilde{\mathcal{A}}\}$), ma lo è anche con riferimento alla stessa Generatività "*Sovra-Ordinale*" di tale Topologia, proprio perché essa si attua, "Evolutivamente", nel *Tempo Proprio*;

e) pertanto, se la Soluzione Ordinale così ottenuta viene per qualche ragione "ridotta", ciò non comporta solo una "riduzione" della Topologia, ma anche una "*riduzione*" del "*Tempo Proprio*", in quanto questo è di *Natura Sovra-Ordinale*;

f) tale "riduzione", tuttavia, anche se talvolta attuata, non è in grado di "*esaurire*" il contenuto Ordinale Originario della Soluzione. Perché a seguito della "semplice disarticolazione" delle varie Espressioni Ordinali, si possono solo ottenere, come "riflesso cardinale", delle espressioni formali solo vagamente "assimilabili" alle corrispondenti Espressioni nelle Derivate Incipienti;

g) abbiamo così che i Sistemi Auto-Organizzanti, oltre ad avere una "*Spazio Proprio*" (e uno "Spazio di Relazione", v. (2.3) del cap. 3 e i relativi approfondimenti in Appendice 11), manifestano anche il fatto di avere un "*Tempo Proprio*";

h) il quale, in particolare, "*Scandisce*" l'*Evoluzione Generativa* su una scala di "*Successive Eccedenze di Ordinalità*", ovvero secondo un' "*Ordinalità Evolutiva*";

i) infatti, ad ogni istante \tilde{t} è possibile Registrare un' *Eccedenza Generativa*, la quale si esprime proprio sulla base del *Tempus* \tilde{t} e sulla Struttura delle Relazioni Ordinali del Sistema (nel suo *Spazio Proprio*, come illustrato in Appendice 11). Ciò permette di Riconoscere e Registrare così, ad ogni istante \tilde{t} , la manifestazione di una *Nuova "Eccedenza Irriducibile"*;

l) proprio per questo si può anche dire che il *Tempo Proprio* (o *Tempus* \tilde{t}), come manifestazione di una sempre *Nuova "Eccedenza Irriducibile"*, sempre rivelativa di una tendenza alla "*Massima Ordinalità Evolutiva*", è contestualmente (e propriamente) anche un *Tempo di Qualità*.